

หน่วยการเรียนรู้ที่ 2

จำนวนเต็ม

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. ระบุหรือยกตัวอย่างจำนวนเต็มบวก จำนวนเต็มลบ และศูนย์ได้
2. เปรียบเทียบจำนวนเต็มและใช้เครื่องหมายมากกว่า น้อยกว่า และเท่ากับได้ถูกต้อง
3. หาผลบวก ผลลบ บนเส้นจำนวนได้

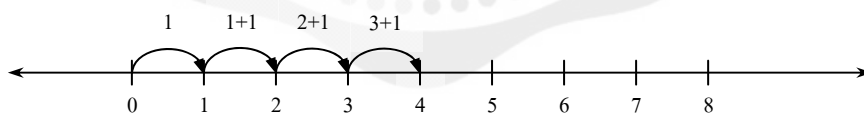
จำนวนเต็ม

2.1 ศูนย์และจำนวนเต็มบวก

0 ไม่ใช่จำนวนนับเพราะเราไม่นิยมพูดว่ามีส้มอยู่ 0 ผล หรือมีดินสอ 0 แท่ง เราพูดว่า ไม่มีส้ม ไม่มีดินสอ เมื่อเราไม่มีสิ่งของ เราก็ไม่นับ ในกรณีเช่นนี้ 0 แทนความไม่มี

แต่ 0 ไม่ได้แทนความไม่มีเสมอไป เช่น เมื่อเราพูดว่าคุณสมบัติของน้ำแข็งเป็น 0 องศาเซลเซียส เราไม่ได้หมายความว่า น้ำแข็งไม่มีอุณหภูมิ แต่หมายความว่า น้ำแข็งมีความเย็นระดับหนึ่ง ซึ่งกำหนดว่า เป็น 0 องศาเซลเซียส

1 เป็นจำนวนนับที่น้อยที่สุด จำนวนนับอื่นๆ เกิดจาก 1 ดังนี้ 1 , $1 + 1$ แทนด้วย 2 , $2 + 1$ แทนด้วย 3 ฯลฯ การเพิ่มทีละ 1 ทำให้เกิดจำนวนนับไม่มีที่สิ้นสุด และแสดงบนเส้นจำนวนได้ดังนี้



1. ให้นักเรียนนับเพิ่มทีละหนึ่งให้มากที่สุดที่จะทำได้ นักเรียนนับถึงจำนวนอะไร
2. นำ 1 ไปบวกจำนวนที่นักเรียนนับได้ ผลลัพธ์จะมากกว่าหรือไม่
3. จำนวนที่นักเรียนนับไว้ตอนแรกจะเป็นจำนวนที่มากที่สุดหรือไม่
4. มีจำนวนนับที่มากที่สุดหรือไม่

จำนวนนับ เรียกอีกอย่างหนึ่งว่า **จำนวนเต็มบวก**





2.2 จำนวนเต็มลบ

ในชีวิตประจำวัน จำนวน 1 , 2 , 3 , . . . เป็นจำนวนชนิดเดียวที่นักเรียนจะใช้ในการนับ ใช้เศษส่วน เช่น $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, . . . และใช้ทศนิยม เช่น 0.5 , 1.75 , . . . ในการบอกปริมาณที่ไม่เป็นจำนวนเต็ม

อย่างไรก็ตามวิชาคณิตศาสตร์ไม่ใช่วิชาที่สอนการนับและการหาปริมาณเท่านั้น ในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์นักเรียนจะต้องรู้จักจำนวนชนิดอื่นๆ ที่จำเป็นสำหรับวิชานี้ ในหัวข้อนี้นักเรียนจะได้รู้จักจำนวนเต็มลบ

นักเรียนเคยได้ยินคำว่า จำนวนเต็มลบ มาก่อนหรือไม่

นักเรียนเคยไปเที่ยวเมืองหิมะหรือไม่ นักเรียนทราบไหมว่าอุณหภูมิในเมืองที่มีหิมะเป็นอย่างไร นักเรียนคงเคยได้ยินอุณหภูมิ ที่ภูกระดึงหน้าหนาวในเมืองไทย และอุณหภูมิ -26.5° ที่เมืองอลาสกา ประเทศสหรัฐอเมริกา นั่นคือ นักเรียนได้รู้จักจำนวนเต็มลบมาบ้างแล้ว

เราเริ่มจากปัญหาง่ายๆ ต่อไปนี้

กำธรมีเงินอยู่ 4 บาท ถ้าเขาให้น้อง 1 บาท จงหาว่ากำธรเหลือเงินเท่าไร นักเรียนมีวิธีหาคำตอบอย่างไร

ให้นักเรียนเขียนวิธีหาจำนวนเงินที่เหลือ ถ้ากำธรให้เงินน้อง

1. 2 บาท
2. 3 บาท
3. 4 บาท

นักเรียนสังเกตเห็นหรือไม่ว่า ในสัญลักษณ์แสดงการลบต่อไปนี้ ตัวลบมีค่าเพิ่มขึ้น

4 - 1

4 - 2

4 - 3

4 - 4

ถ้าให้ตัวลบมีค่าเพิ่มขึ้นเรื่อยๆ เราอาจเขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ เช่น

4 - 5

4 - 6

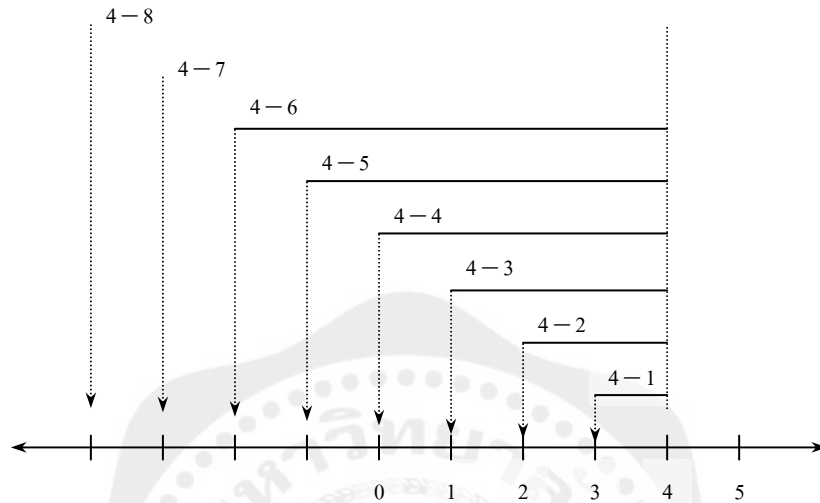
4 - 7

4 - 8

ฯลฯ



นักเรียนทราบหรือไม่ว่า การลบข้างต้นมีคำตอบอย่างไร เราอาจแสดงการหาคำตอบโดยใช้เส้นจำนวนดังนี้

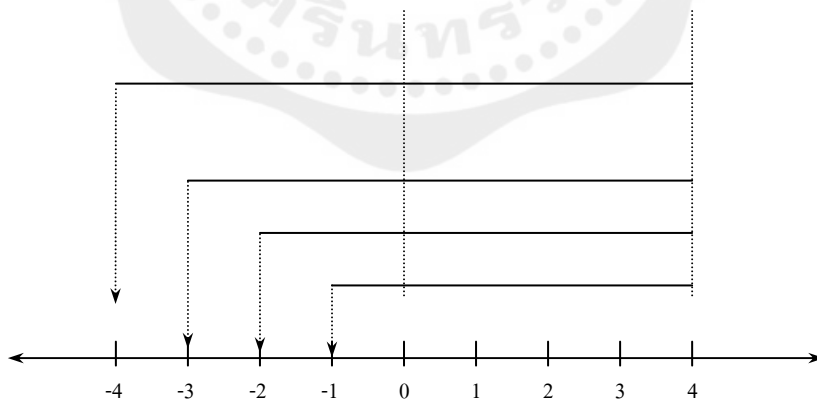


คำตอบสำหรับ $4-5$, $4-6$, ... เป็นจำนวนที่นักคณิตศาสตร์สร้างขึ้นเรียกว่า จำนวนเต็มลบ

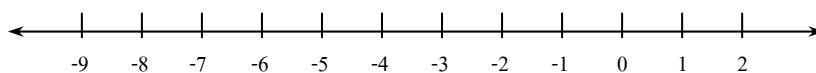
ให้ $4-5$ เป็นจำนวนซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ -1 อ่านว่า ลบหนึ่ง

$4-6$ เป็นจำนวนซึ่งแทนด้วยสัญลักษณ์ -2 อ่านว่า ลบสอง

นักเรียนคิดว่า $4-7$, $4-8$, $4-9$ จะเป็นจำนวนอะไร



จำนวนเต็มลบ -1 , -2 , -3 , ... แทนด้วยจุดที่อยู่ทางซ้ายมือของ 0 บนเส้นจำนวนดังนี้

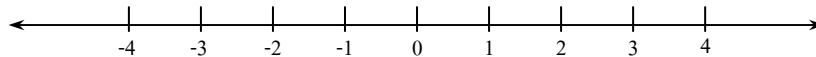




ดังนั้น จำนวนเต็มแบ่งออกเป็น 3 พวก คือ

1. จำนวนเต็มบวก ได้แก่ $1, 2, 3, 4, \dots$
2. จำนวนเต็มศูนย์ ได้แก่ 0
3. จำนวนเต็มลบ ได้แก่ $-1, -2, -3, -4, \dots$

ดังแสดงด้วยเส้นจำนวนดังนี้



เมื่อกล่าวถึงจำนวนเต็มจะหมายถึงจำนวนเต็มบวก หรือจำนวนเต็มลบหรือศูนย์ก็ได้



2.3 การเปรียบเทียบจำนวนเต็ม

สมมุติว่านักเรียนหนัก 35 กิโลกรัม เพื่อนหนัก 38 กิโลกรัม นักเรียนจะตอบได้หรือไม่ เพราะเหตุใด จึงทราบว่าเพื่อนหนักกว่า

ถ้าเราต้องการทราบว่าในเดือนเมษายน จังหวัดแถบภูเขา เช่น เชียงใหม่กับจังหวัดแถบชายทะเล เช่น สงขลา โดยเฉลี่ยแล้วจังหวัดใดร้อนกว่ากัน นักเรียนจะวัดได้อย่างไร

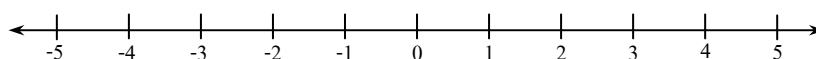
ถ้านักเรียนทราบว่าอุณหภูมิเฉลี่ยในเดือนเมษายนที่จังหวัดเชียงใหม่ประมาณ 36 องศาเซลเซียส และที่จังหวัดสงขลา 30 องศาเซลเซียส นักเรียนจะตอบได้หรือไม่ว่า จังหวัดใดร้อนกว่ากัน

ถ้านักเรียนทราบว่า อุณหภูมิเฉลี่ยในฤดูหนาวของจังหวัดแม่ฮ่องสอนประมาณ 5 องศาเซลเซียส และที่จังหวัดเลยประมาณ 0 องศาเซลเซียส นักเรียนจะตอบได้หรือไม่ว่าจังหวัดใดหนาวกว่ากัน และถ้านักเรียนได้ยินวิทยุประกาศว่า ปีนี้ที่จังหวัดเลย อุณหภูมิต่ำสุดเป็น -5 องศาเซลเซียส นักเรียนคิดว่าอากาศที่จังหวัดเลยปีนี้หนาวกว่าหรืออุ่นกว่าปกติ

นักเรียนจะพบว่าถ้าอากาศยิ่งร้อน อุณหภูมิจะยิ่งสูงขึ้น

ถ้าอากาศยิ่งหนาว อุณหภูมิจะยิ่งติดลบมากขึ้น

ในการทำงานเดียวกัน ในการเปรียบเทียบเพื่อดูว่า จำนวนใดน้อยกว่า จำนวนใดมากกว่า เราจะเห็นได้ง่ายจากเส้นจำนวน





บนเส้นจำนวนนี้ นักเรียนทราบแล้วว่า สำหรับทางด้านขวามือของคุณย์ จำนวนที่อยู่ทางซ้ายจะน้อยกว่าจำนวนที่อยู่ทางขวา เช่น $2 < 3$

นักเรียนจะเห็นว่า -1 , -2 , -3 , . . . ได้จากการลดลงทีละหนึ่ง ดังนั้นสำหรับด้านซ้ายมือของคุณย์ จำนวนที่อยู่ทางซ้ายก็จะน้อยกว่าจำนวนที่อยู่ทางขวาเช่นกัน

ดังนั้น -2 น้อยกว่า -1 ใช้สัญลักษณ์ $-2 < -1$

-3 น้อยกว่า -2 ใช้สัญลักษณ์ $-3 < -2$

ฯลฯ

ให้นักเรียนดูเส้นจำนวนข้างต้นแล้วตอบคำถามต่อไปนี้

1. -4 และ -5 จำนวนใดน้อยกว่ากัน
2. เมื่อนับไปทางซ้ายของคุณย์ทีละหนึ่งจะได้จำนวนที่น้อยลงหรือมากขึ้น
3. นักเรียนคิดว่ามีจำนวนที่น้อยที่สุดหรือไม่ เพราะเหตุใด
4. จงเขียนจำนวนเต็มลบตั้งแต่ -10 ถึง -20 ตามลำดับจากน้อยไปมาก
5. จงเรียงลำดับจำนวนต่อไปนี้จากมากไปน้อย
 -2 , -5 , -7 , -10 , -6 , -1
6. จงเติมจำนวนตามที่กำหนดให้ต่อไปอีก 3 จำนวน
 -1 , -4 , -7 , -10 , . . .



แบบฝึกหัดที่ 1



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. 0.5 เป็นจำนวนเต็มหรือไม่.....

ข้อ 2. $3\frac{1}{4}$ เป็นจำนวนเต็มหรือไม่.....

ข้อ 3. $\frac{4}{2}$ เป็นจำนวนเต็มหรือไม่.....

ข้อ 4. $\frac{1.2}{4}$ เป็นจำนวนเต็มหรือไม่.....

ข้อ 5. -5.8 เป็นจำนวนเต็มลบใช่หรือไม่.....

ข้อ 6. -9.6 เป็นจำนวนเต็มลบใช่หรือไม่.....



ข้อ 7. $-8\frac{3}{8}$ เป็นจำนวนเต็มลบใช่หรือไม่.....

ข้อ 8. จำนวนใดบ้างเป็นจำนวนเต็มลบ -1 , -3.4 , $-5\frac{1}{2}$, $-\frac{6}{3}$, -6.0 , $-\frac{7}{8}$

ข้อ 9. -333 อยู่ทางซ้ายมือหรือขวามือของศูนย์บนเส้นจำนวน

ข้อ 10. 25 อยู่ทางซ้ายมือหรือขวามือของศูนย์บนเส้นจำนวน

ข้อ 11. -20 มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 0

ข้อ 12. 40 มีค่ามากกว่าหรือน้อยกว่า 0

ข้อ 13. จงเติมเครื่องหมาย $>$ หรือ $<$ หรือ $=$ ลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

♠ -60 -16 ♠ -72 -71

♠ 80 -80 ♠ -1001 -1011

ข้อ 14. จงเรียงจำนวนต่อไปนี้จากมากไปหาน้อย

❖ -19 , 10 , -14 , 0 , 18 , -13 , 9

❖ -1177 , -1717 , -1771 , -1777 , -1117 , -1171

ข้อ 15. จงเรียงจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปหามาก

❖ -49 , -37 , -47 , -31 , -35 , -46

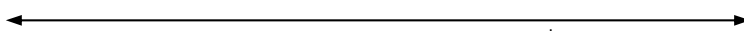
❖ -792 , -297 , -729 , -972 , -279 , -927

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 1



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

ข้อ 1. จงเขียนเส้นจำนวนแสดงศูนย์และจำนวนเต็มลบถึง -20



ข้อ 2. จงเติมจำนวนอีก 3 จำนวนตามลำดับตามแบบที่กำหนดให้

◇ 0 , -2 , -4 , -6 , ...

◇ 0 , -7 , -14 , ...

◇ 0 , -5 , -10 , ...

◇ -3 , -7 , -11 , -15 , ...



◇ -9, -14, -19, ...

ข้อ 3. จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก 0 โดยลดทีละ 3

๐

ข้อ 4. จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก -1 โดยลดทีละ 2

๐

ข้อ 5. จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก -10 โดยเพิ่มทีละ 1

๐

ข้อ 6. จงเขียนจำนวน 5 จำนวนต่อจาก -15 โดยเพิ่มทีละ 3

๐

ข้อ 7. จงเติมจำนวนเต็มอีก 3 จำนวนตามลำดับตามแบบที่กำหนดให้

◇ -2, -4, -6, ...

◇ -2, -7, -12, ...

◇ -1, -3, -5, ...

◇ -20, -16, -12, ...

◇ -3, -6, -9, ...

◇ -41, -36, -31, ...

ข้อ 8. จงเรียงจำนวนต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

◇ -3, -7, -31, -1, 0, -6, -13 ๐

◇ -8, -10, -2, 3, -5, 4 ๐

◇ 7, 0, -2, -17, -4, -9 ๐

◇ 99, -80, 76, 67, -50, -60 ๐

ข้อ 9. จงหาจำนวนที่น้อยที่สุดและจำนวนที่มากที่สุด

◇ -3, -4, -5, -2, 0 ๐

◇ 12, -3, -1, 1, -12 ๐

◇ -13, -15, -2, -6, -4 ๐

◇ -3, 0, 3, -4, -5 ๐

ข้อ 10. จงใส่เครื่องหมาย < หรือ > เพื่อให้เป็นประโยคที่เป็นจริง

◇ (-3).....(-4) ◇ 0(-1)

◇ (-7).....(-8) ◇ (-10) 0

◇ (-8).....(-5) ◇ (-20)(-30)



ข้อ 11. จงเรียงสารต่อไปนี้ตามลำดับจุดเดือดจากต่ำไปสูง

คลอรีน	-35	องศาเซลเซียส
ออกซิเจน	-183	องศาเซลเซียส
ไฮโดรเจน	-253	องศาเซลเซียส
ไนโตรเจน	-196	องศาเซลเซียส

ข้อ 12.

น้ำ	เอทิลแอลกอฮอล์	คาร์บอนไดออกไซด์	ออกซิเจน	ไฮโดรเจน	ปรอท
0	-114	-57	-219	-259	-39

ตารางข้างบนแสดงอุณหภูมิเป็นองศาเซลเซียสที่สารเปลี่ยนสภาพเป็นของแข็ง

◇ จงหาว่าสารชนิดใดแข็งตัวเร็วที่สุด

คือ

◇ จงเรียงลำดับสารตามอุณหภูมิแข็งตัวเร็วที่สุดไปหาแข็งตัวช้าที่สุด

คือ

ข้อ 13. ข้อความต่อไปนี้จริงหรือไม่

◇ 0 เป็นจำนวนเต็ม

◇ 1.5 เป็นจำนวนเต็ม

◇ 500 เป็นจำนวนเต็ม

◇ $\frac{4}{2}$ ไม่เป็นจำนวนเต็ม

◇ -500 ไม่เป็นจำนวนเต็ม

◇ 2

ข้อ 14. จงเรียงลำดับจำนวนเต็มต่อไปนี้จากน้อยไปมาก

2, -2, 5, 1, 0, -15, -10, -8, 3

คือ

ข้อ 15. จงเติมจำนวนเต็ม 3 จำนวนตามลำดับตามแบบที่กำหนดให้

◇ -8, -6, -4, ...

◇ 15, 10, 5, ...

◇ -7, -4, -1, ...

◇ 6, 2, -2, ...

◇ 4, 2, 0, ...

◇ -9, -4, 1, ...

ข้อ 16. จงใส่เครื่องหมาย < หรือ > เพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

◇ (-4)..... (-5)

◇ 0..... (-5)

◇ 7..... (-7)

◇ 18..... (-12)

◇ 0..... 5

◇ 20..... (-2)

ข้อ 17. ให้นักเรียนใช้ตารางแสดงอุณหภูมิของอากาศที่ระดับความสูงต่างๆ วัดที่กรุงเทพฯ หาคำตอบของปัญหาต่อไปนี้

ความสูงจากระดับน้ำทะเล (กิโลเมตร)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
อุณหภูมิของอากาศ (องศาเซลเซียส)	28	22	17	11	6	0	-6	-11	-17	-22

◇ อุณหภูมิของอากาศที่ 2 กิโลเมตร เหนือระดับน้ำทะเล ต่างจากอุณหภูมิของอากาศที่ 3 กิโลเมตร เหนือระดับน้ำทะเลเท่าไร

คือ

◇ อุณหภูมิของอากาศที่ 7 กิโลเมตร เหนือระดับน้ำทะเล ต่างจากอุณหภูมิของอากาศที่ 8 กิโลเมตร เหนือระดับน้ำทะเลเท่าไร

คือ

◇ อุณหภูมิของอากาศที่ 8 กิโลเมตร เหนือระดับน้ำทะเล ต่างจากอุณหภูมิของอากาศที่ 9 กิโลเมตร เหนือระดับน้ำทะเลเท่าไร

คือ

ข้อ 18. ถ้า a แทนจำนวนเต็มจำนวนหนึ่ง a จะต้องแทนจำนวนเต็มบวกใช่หรือไม่ ถ้าไม่ใช่ a จะแทนจำนวนใดได้บ้าง

คือ

ข้อ 19. ถ้า b แทนจำนวนเต็มลบ b จะเป็นจำนวนเต็มหรือไม่

คือ

ข้อ 20. ประโยคต่อไปนี้ ประโยคใดเป็นจริง ประโยคใดเป็นเท็จ

◇ 0 เป็นจำนวนเต็มบวก

◇ จำนวนเต็มบวกคือจำนวนนับ

◇ มีจำนวนเต็มบวกมากมายนับไม่ถ้วน

◇ 20 เป็นจำนวนเต็มบวก

◇ ถ้า a เป็นจำนวนเต็มบวก เราสามารถหาจำนวนเต็มบวกที่มากกว่า a ได้เสมอ

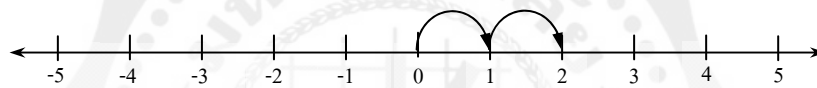
ข้อ 21. จงเลือกจำนวนเต็ม จากจำนวนในแต่ละข้อต่อไปนี้

- ◇ $0, \frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, 2$
- ◇ $-1, -2, 3, -3$
- ◇ $\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 4, -4, 0.1, 3.78$
- ◇ $5, -5, \frac{1}{5}, -\frac{1}{5}, 6, -\frac{1}{6}$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

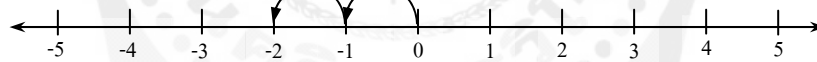
1. บอกจำนวนตรงข้ามของจำนวนเต็มใดๆ ได้
2. บอกค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มใดๆ ได้

2.4 ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็ม



2 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 2 หน่วย

เราล่าวว่า ค่าสัมบูรณ์ของ 2 เท่ากับ 2



-2 อยู่ห่างจาก 0 เป็นระยะ 2 หน่วย

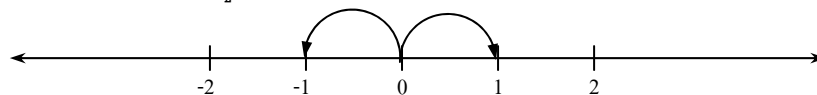
เราล่าวว่า ค่าสัมบูรณ์ของ -2 เท่ากับ 2

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของ $5, -5, 9, -9, 10, -10, 11, -11$
2. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มบวกเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ
3. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มลบเป็นจำนวนบวกหรือจำนวนลบ
4. ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใดบ้างที่เป็นจำนวนลบ

นักเรียนสังเกตหรือไม่ว่า มีจำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบเป็นคู่ๆ ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน

ให้นักเรียนยกตัวอย่างมาสัก 2 คู่



จำนวนเต็มบวกและจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากันจะอยู่คนละข้างของ 0 และอยู่ห่างจากศูนย์เป็นระยะเท่ากัน เช่น -1 และ 1 เรากล่าวว่า

-1 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 1

และ 1 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -1

ส่วน 0 เป็นจำนวนตรงข้ามของตัวเอง

ให้นักเรียนหาจำนวนตรงข้ามของจำนวนต่อไปนี้

1. 3 ➤

3. 45 ➤

2. -7 ➤

4. -350 ➤

ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ จำนวนตรงข้าม ของ a มีเพียงจำนวนเดียว และเขียนแทนด้วย -a



★ **แบบฝึกหัดที่ 2** ★

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. ค่าสัมบูรณ์ของ 48 คือ.....

ข้อ 2. ค่าสัมบูรณ์ของ -120 คือ.....

ข้อ 3. 8 เป็นค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด.....

ข้อ 4. 124 เป็นค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด.....

ข้อ 5. ค่าสัมบูรณ์ของ 56 คือ.....

ข้อ 6. ค่าสัมบูรณ์ของ -56 คือ.....

ข้อ 7. 56 เป็นค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด.....

ข้อ 8. 19 เป็นค่าสัมบูรณ์ของจำนวนใด.....

ข้อ 9. จำนวนตรงข้ามของ 148 คือ.....

ข้อ 10. จำนวนตรงข้ามของ -3537 คือ.....

ข้อ 11. คือ.....

ข้อ 12. $|-76|$ คือ.....

ข้อ 13. $-|35|$ คือ.....

ข้อ 14. $-|-12|$ คือ.....

ข้อ 15. $|-919|$ คือ.....

ข้อ 16. จงเติมเครื่องหมาย $>$ หรือ $<$ หรือ $=$

◇ $|-81|$ $|-18|$

◇ $|25|$ $|-25|$

◇ $|-102|$ $|-120|$

◇ $|-1011|$ $|-1101|$

◇ $-|28|$ $-|-28|$

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 2



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

ข้อ 1. จงหาค่าสัมบูรณ์ของ 0

☞

ข้อ 2. จงหาค่าสัมบูรณ์ของ -37 , -38 , -39 , -40

☞

ข้อ 3. จงเติมข้อความในช่องว่างให้ถูกต้อง

❖ ค่าสัมบูรณ์ของ 51 และ -51 ต่างเท่ากับ

❖ ค่าสัมบูรณ์ของ 470 และ ต่างเท่ากับ 470

❖ ค่าสัมบูรณ์ของ และ -132 ต่างเท่ากับ 132

❖ 56 เป็นค่าสัมบูรณ์ของ และ

❖ 142 เป็นค่าสัมบูรณ์ของ และ

❖ เป็นค่าสัมบูรณ์ของ 318 และ -318

ข้อ 4. จงเติมคำว่า “มากกว่า” “น้อยกว่า” หรือ “เท่ากับ” ลงในช่องว่าง เพื่อให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

- ❖ 21 -21
- ❖ ค่าสัมบูรณ์ของ 21 ค่าสัมบูรณ์ของ -21
- ❖ -6 6
- ❖ ค่าสัมบูรณ์ของ -6 ค่าสัมบูรณ์ของ 6
- ❖ ค่าสัมบูรณ์ของ -7 ค่าสัมบูรณ์ของ 9
- ❖ ค่าสัมบูรณ์ของ -5 ค่าสัมบูรณ์ของ -7
- ❖ ค่าสัมบูรณ์ของ -23 ค่าสัมบูรณ์ของ 20
- ❖ ค่าสัมบูรณ์ของ 13 ค่าสัมบูรณ์ของ -19

ข้อ 5. จงหาจำนวนตรงข้ามของ -11 , -13 , -15 , -16 , -20

ข้อ 6. จงหาจำนวนตรงข้ามของ 11 , 13 , 15 , 16 , 20

ข้อ 7. จงหาจำนวนตรงข้ามของ -5 , 5 , 20 , -20 , 9 , -9

ข้อ 8. จงหาจำนวนที่แทนตัวแปร แล้วทำให้ได้ประโยคที่เป็นจริง

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ❖ $67 + y = 67$ | ❖ $9 \times z = 9$ |
| ❖ $a - 43 = 0$ | ❖ $a \times a = 0$ |
| ❖ $z + 0 = 91$ | ❖ $6 - v = 0$ |
| ❖ $x + x = 0$ | ❖ $7 \div u = 1$ |
| ❖ $0 + u = 0$ | ❖ $25 \div w = 25$ |
| ❖ $9 - v = 9$ | ❖ $c \div 1 = 99$ |
| ❖ $b \times 1 = 1$ | ❖ $a \div 20 = 1$ |
| ❖ $20 \times y = 0$ | ❖ $0 \times 15 = x$ |

ข้อ 9. จงหาผลคูณ

- | | |
|----------------------|----------------|
| ❖ 1×25 | ❖ 1×1 |
| ❖ $(-35) \times 1$ | ❖ $1 \times b$ |
| ❖ $(-72) \times 1$ | ❖ $b \times 1$ |
| ❖ $(-1271) \times 1$ | ❖ $1 \times c$ |
| ❖ $1 \times (-592)$ | ❖ $c \times 1$ |

ข้อ 10. จงหาผลหาร

$$\diamond \frac{3}{1}$$

$$\diamond \frac{-2}{1}$$

$$\diamond \frac{-1}{1}$$

$$\diamond \frac{1}{1}$$

$$\diamond \frac{-1}{-1}$$
$$\diamond \frac{-7}{-7}$$

$$\diamond \frac{-21}{-21}$$

$$\diamond \frac{-135}{-135}$$

$$\diamond \frac{b}{1}$$

ข้อ 11. จงหาคำตอบ

$$\diamond 0 + (-21)$$

$$\diamond (-480) + 0$$

$$\diamond 0 + (-5)$$

$$\diamond 0 - 5$$

$$\diamond 0 - 7$$

$$\diamond 0 - 47$$

$$\diamond 0 - b$$

$$\diamond 0 - 0$$

$$\diamond 0 - (-4)$$

$$\diamond 0 - (-20)$$

$$\diamond 0 - (-35)$$

$$\diamond 0 - (-43)$$

$$\diamond 0 - (-c)$$

$$\diamond 0 - (-z)$$

$$\diamond 0 - z$$

ข้อ 12. จงหาคำตอบ

$$\diamond 0 \times 1$$

$$\diamond 0 \times 0$$

$$\diamond 0 \times (-5)$$

$$\diamond 0 \times (-1)$$

$$\diamond (-2000) \times 0$$

$$\diamond 350 \times 0$$

$$\diamond (-490) \times 0$$

$$\diamond t \times 0$$

$$\diamond 0 \times t$$

$$\diamond 0 \times (-a)$$

$$\diamond \frac{0}{20}$$

$$\diamond \frac{0}{-50}$$

$$\diamond \frac{0}{1000}$$

$$\diamond \frac{0}{-2497}$$

ข้อ 13. จงหาคำตอบ

$$\diamond 0 + 0$$

$$\diamond 0 + (-7)$$

$$\diamond (-7) + 7$$

$$\diamond 5 \times 6 \times 0$$

$$\diamond (5 + 6) \times 0$$

$$\diamond (-21) \div (-21)$$

$$\diamond (-19) \div (-1)$$

$$\diamond (-200) \div 200$$

$$\diamond 0 \div (1 \div 2)$$

$$\diamond [(-441) \div 21] \div 0$$

ข้อ 14. จงหาค่า z ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

- ❖ $3 \times z = 0$
- ❖ $z \times (-7) = 0$
- ❖ $a \times z = 0$ แต่ $a \neq 0$
- ❖ $\frac{z}{3} = \frac{z}{4}$
- ❖ $z \times z = 0$

ข้อ 15. สี่เท่าของจำนวนจำนวนหนึ่งเท่ากับห้าเท่าของจำนวนเดิม จำนวนนั้นเป็นเท่าไร

ข้อ 16. ครึ่งหนึ่งของจำนวนจำนวนหนึ่ง เท่ากับสองเท่าของจำนวนเดิม จำนวนนั้นเป็นเท่าไร

ข้อ 17. จงหาจำนวนที่แทนตัวแปร แล้วทำให้ได้ประโยคที่เป็นจริง

- ❖ $37 + 26 = x + 37$
- ❖ $31 \times 24 = 24 \times a$
- ❖ $(56 + 2) + 13 = 56 + (d + 13)$
- ❖ $8 \times (7 \times 6) = (b \times 7) \times 6$
- ❖ $4 \times (y \times 7) = (4 \times 3264) \times 7$

ข้อ 18. จงเติมจำนวนหรือตัวแปรในช่องที่เว้นไว้ เพื่อให้แต่ละประโยคต่อไปนี้เป็นจริง สำหรับทุกๆ ค่าของตัวแปร

- ❖ $7 + (a + 3) = (7 + \dots) + 3$
- ❖ $x + (6 + a) = (x + 6) + \dots$
- ❖ $a + (b + c) = (\dots + \dots) + c$
- ❖ $(\dots + \dots) + 7 = 8 + (x + 7)$
- ❖ $(x + \dots) + y = \dots + (a + \dots)$
- ❖ $7 \times (c \times 3) = (7 \times \dots) \times 3$
- ❖ $(a \times 6) \times b = a \times (6 \times \dots)$
- ❖ $a \times (b \times c) = (\dots \times \dots) \times c$
- ❖ $(\dots \times \dots) \times 7 = 8 \times (c \times 7)$
- ❖ $(a \times \dots) \times b = \dots \times (y \times \dots)$

ข้อ 19. นักเรียนคิดว่าการลบมีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มหรือไม่

นั่นคือ ประโยค $a - (b - c) = (a - b) - c$

เป็นจริงสำหรับจำนวน a, b, c ใดๆ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ข้อ 20. การหารมีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มหรือไม่ เพราะเหตุใด

ข้อ 21 จงเติมจำนวนในช่องที่เว้นไว้ เพื่อให้แต่ละประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

- ❖ $6 \times (10 + 7) = (6 \times \dots\dots\dots) + (6 \times \dots\dots\dots)$
- ❖ $8 \times (50 + 4) = (\dots\dots\dots \times 50) + (\dots\dots\dots \times 4)$
- ❖ $(30 + 9) \times \dots\dots\dots = (30 \times 5) + (9 \times 5)$
- ❖ $(9 \times 5) + (9 \times 6) = 9 \times (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots)$
- ❖ $(5 \times 200) + (5 \times 30) + (5 \times 8) = 5 \times (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots)$

ข้อ 22. จงหาจำนวนที่แทนตัวแปรแล้วทำให้ได้ประโยคที่เป็นจริง

- ❖ $(6 \times 5) + (6 \times 1) = 6 \times a$
- ❖ $(17 \times 9) + (8 \times 9) = d \times 9$
- ❖ $a \times 253 = (7 \times 200) + (7 \times 50) + (7 \times 3)$
- ❖ $b \times 6 = (4000 \times 6) + (700 \times 6) + (50 \times 6) + (3 \times 6)$
- ❖ $(12 \times c) + (19 \times 5) = 31 \times 5$
- ❖ $(12 \times 55) + (12 \times d) = 12 \times 100$

ข้อ 23. จงตรวจดูว่าประโยคต่อไปนี้เป็นจริงหรือไม่

- ❖ $5 \times (8 - 3) = (5 \times 8) - (5 \times 3)$
- ❖ $6 \times (7 - 2) = (6 \times 7) - (6 \times 2)$
- ❖ $(5 - 4) \times 9 = (5 \times 9) - (4 \times 9)$
- ❖ $(7 - 6) \times 4 = (7 \times 4) - (6 \times 4)$

ข้อ 24. จงเติมจำนวนในช่องที่เว้นไว้ เพื่อให้ประโยคเป็นจริงสำหรับทุกๆ ค่าของตัวแปร

- ❖ $a \times (b + c) = (a \times b) + \dots\dots\dots$
- ❖ $(x + y) \times a = \dots\dots\dots + (y \times a)$
- ❖ $(3 \times c) + (3 \times d) = \dots\dots\dots \times (c + d)$
- ❖ $(d \times b) + (z \times b) = (\dots\dots\dots + z) \times b$
- ❖ $y \times (a + \dots\dots\dots) = (y \times a) + (y \times z)$
- ❖ $\dots\dots\dots = (a \times 4) + (b \times 4)$
- ❖ $(b \times x) + (b \times y) = \dots\dots\dots$
- ❖ $(2 \times x) + (3 \times x) = (\dots\dots\dots + \dots\dots\dots) \times x$
- ❖ $(7 \times a) + (8 \times a) = \dots\dots\dots$
- ❖ $20c = (\dots\dots\dots \times c) + (11 \times c)$
- ❖ $10x + 20x = \dots\dots\dots$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. บอกสมบัติของ 0 และ 1 ได้
2. นำสมบัติของ 0 และ 1 ไปใช้ได้

2.5 สมบัติของ 0 และ 1

สมบัติของหนึ่ง

1. จำนวนใดๆ คูณกับ 1 จะได้จำนวนนั้น เช่น

$$1 \times 32 = 32 \times 1 = 32$$

$$1 \times (-32) = (-32) \times 1 = -32$$

$$1 \times (-1) = (-1) \times 1 = -1$$

สมบัติข้อนี้เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$1 \times a = a \times 1 = a \text{ เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

2. จำนวนใดๆ หารด้วย 1 จะได้จำนวนนั้น เช่น

$$\frac{27}{1} = 27$$

$$\frac{27}{1} = 27$$

สมบัติข้อนี้เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\frac{a}{1} = a \text{ เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

สมบัติของศูนย์

1. จำนวนใดๆ บวกกับ 0 จะได้จำนวนนั้น เช่น

$$5 + 0 = 0 + 5 = 5$$

$$(-7) + 0 = 0 + (-7) = -7$$

สมบัติข้อนี้เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$a + 0 = 0 + a = a \text{ เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

2. จำนวนใดๆ คูณกับ 0 ได้ 0 เช่น

$$2 \times 0 = 0 \times 2 = 0$$

$$(-5) \times 0 = 0 \times (-5) = 0$$

สมบัติข้อนี้เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$a \times 0 = 0 \times a = 0 \text{ เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ}$$

3. 0 หารด้วยจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ 0 จะได้ 0 เช่น

$$\frac{0}{5} = 0$$

$$\frac{0}{-9} = 0$$

สมบัติข้อนี้เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\frac{0}{a} = 0 \text{ เมื่อ } a \text{ แทนจำนวนใดๆ ที่ไม่ใช่ } 0$$

4. ถ้าผลคูณของจำนวนสองจำนวนใดๆ เท่ากับ 0 จำนวนใดจำนวนหนึ่งอย่างน้อยหนึ่งจำนวนต้องเป็น 0 เขียนเป็นสัญลักษณ์ได้ดังนี้

$$\text{ถ้า } a \times b = 0 \text{ ดังนั้น } a = 0 \text{ หรือ } b = 0 \text{ เมื่อ } a, b \text{ แทนจำนวน}$$

สมมุติว่าจะหารจำนวนใดๆ ด้วย 0 จะมีปัญหาอย่างไร

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. กำหนดให้ $\frac{0}{0} = a$ ให้นักเรียนเปลี่ยนเป็นประโยคการคูณ
2. จงหาค่า a ที่จะทำให้ประโยค $0 \times a = 0$ เป็นจริง
3. นักเรียนหาค่า a ในข้อ 2 ได้มากกว่าหนึ่งคำตอบหรือไม่
4. จากข้อ 3 นักเรียนจะบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่า $\frac{0}{0}$ เป็นเท่าไร เพราะเหตุใด
5. ให้นักเรียนหา $\frac{9}{0}$ โดยวิธีเดียวกัน ได้กี่คำตอบ

ถ้าหารจำนวนใดๆ ด้วย 0 จะเกิดปัญหา คือ มีจำนวนใดเป็นคำตอบก็ได้ หรือไม่มีคำตอบเลย เนื่องจากการหารด้วยศูนย์มีปัญหาเช่นนี้ นักคณิตศาสตร์จึงไม่ใช้ศูนย์เป็นตัวหาร

ไม่ใช่ 0 เป็นตัวหาร



นักเรียนเคยทราบว่าจำนวนนับที่มี 2 เป็นตัวประกอบ หรือจำนวนนับที่ 2 หารลงตัว เรียกว่า จำนวนคู่ ส่วนจำนวนนับที่ไม่มี 2 เป็นตัวประกอบหรือจำนวนนับที่ 2 หารไม่ลงตัว เรียกว่า จำนวนคี่

ในทางคณิตศาสตร์บทนิยามของจำนวนคู่และจำนวนคี่ อาจเขียนได้ดังนี้

บทนิยาม จำนวนคู่ คือ จำนวนเต็มที่มี 2 หารลงตัว และ จำนวนคี่ คือ จำนวนเต็มที่มี 2 หารไม่ลงตัว

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. นักเรียนคิดว่า 0 เป็นจำนวนคู่หรือจำนวนคี่ ➔
2. จำนวนเต็มใดบ้าง ที่เป็นจำนวนคู่ ➔
3. จำนวนเต็มใดบ้าง ที่เป็นจำนวนคี่ ➔

★ **แบบฝึกหัดที่ 3** ★

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. จงหาค่าของ

- | | |
|--|-----------------------------|
| 1) $0 \times (-83) =$ | 2) $-22 \times 1 =$ |
| 3) $(-14) \times (-18) \times 0 =$ | 4) $1 \times (-88) =$ |
| 5) $-a \times 0 =$ | 6) $-c \times 1 =$ |
| 7) $0 + (-88) =$ | 8) $0 \div 46 =$ |
| 9) $(-21) + 0 =$ | 10) $\frac{0}{-21} =$ |

ข้อ 2. จงหาค่าของตัวแปรที่แทนประโยคแล้วเป็นจริง

- | | |
|-----------------------------|--------------------------|
| 1) $a \times 5 = 0$ | 2) $c \div c = 1$ |
| 3) $x + 8 = 0$ | 4) $4 - y = 0$ |
| 5) $12 \times a = 1$ | 6) $c \div 1 = c$ |
| 7) $a \times a = 1$ | 8) $c \div 12 = 1$ |
| 9) $12 \times x = 12$ | 10) $y \div 8 = 0$ |

- 11) $3a = 0$ 12) $7 \div x = 7$
13) $5 + x = 5$ 14) $6 \times a = 1$
15) $a(a - 4) = 0$ 16) $(a - 5)(a + 3) = 0$
17) $0 \div a = 0$ 18) $a + a = 0$
19) $a - a = 0$ 20) $a \times a = a$

2.6 สมบัติการเท่ากัน

สมบัติการบวกและการคูณของจำนวนเต็มบวก

เมื่อนักเรียนบวกจำนวนสองจำนวน เช่น 27 กับ 48 นักเรียนจะใช้จำนวนใดเป็นตัวตั้งก็ได้ เพราะผลลัพธ์เท่ากัน นั่นคือ

$$27 + 48 = 48 + 27$$

จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนและศูนย์มีสมบัติการบวกดังกล่าวข้างต้น เราเรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการสลับที่สำหรับการบวก

ในการทำงานเดียวกันเมื่อคูณจำนวนเต็มบวก (หรือศูนย์) สองจำนวนใดๆ เช่น 62 กับ 100 จะได้

$$62 \times 100 = 100 \times 62$$

สมบัติข้อนี้เรียกว่า สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณ

พิจารณการบวกจำนวนมากกว่าสองจำนวนขึ้นไป เช่น ในการหาผลบวกของ $5 + 15 + 32$ สมมติว่าจะไม่เปลี่ยนแปลงลำดับของจำนวนทั้งสามที่เรียงไว้

ถ้าจะหา $5 + 15$ ก่อน เขียน $5 + 15$ ไว้ในวงเล็บแล้วหาผลบวกดังนี้

$$(5 + 15) + 32 = 20 + 32 = 52$$

ถ้าจะหา $15 + 32$ ก่อน เขียน $15 + 32$ ไว้ในวงเล็บแล้วหาผลบวกดังนี้

$$5 + (15 + 32) = 5 + 47 = 52$$

จะเห็นว่า $(5 + 15) + 32 = 5 + (15 + 32)$

จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนและศูนย์มีสมบัติดังกล่าว เรียกสมบัตินี้ว่า สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวก

นักเรียนคิดว่า จำนวนเต็มบวกทุกจำนวนและศูนย์มีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการคูณหรือไม่ ให้ยกตัวอย่าง

ในการเขียนสมบัติต่างๆ ของจำนวนเต็มบวกเพื่อให้สั้นและกะทัดรัด เราใช้ประโยคที่มีตัวแปรแทนจำนวนเต็มบวกใดๆ ประโยคข้างล่างเป็นจริงสำหรับทุกจำนวนที่แทน a, b และ c

การบวก	การคูณ
สมบัติการสลับที่	
ให้ a และ b แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $a + b = b + a$	ให้ a และ b แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $ab = ba$
สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม	
ให้ a , b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $(a + b) + c = a + (b + c)$	ให้ a , b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $(ab)c = a(bc)$

สมบัติการแจกแจงเป็นสมบัติที่เชื่อมระหว่างการบวกและการคูณดังในตัวอย่าง

$$3 \times (7 + 5) = (3 \times 7) + (3 \times 5)$$

$$(10 + 3) \times 4 = (10 \times 4) + (3 \times 4)$$

สมบัติการแจกแจง
ให้ a , b และ c แทนจำนวนเต็มบวกใดๆ $a(b + c) = (ab) + (ac)$ $(b + c)a = (ba) + (ca)$

อันที่จริงแล้ว สมบัติการสลับที่สำหรับการบวกและการคูณ สมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกและการคูณ และสมบัติการแจกแจงสำหรับการคูณบนการบวก เป็นสมบัติของจำนวนทุกจำนวน ซึ่งนักเรียนจะได้พบในตอนต่อไป

จากประโยคที่เขียนแสดงสมบัติต่างๆ ข้างต้น นักเรียนควรสังเกตได้ว่าการใช้วงเล็บเพื่อแสดงลำดับของการคำนวณ เช่น เมื่อเขียน $a \times (b + c)$ หมายความว่า ต้องหาผลบวกของ b กับ c ก่อน แล้วจึงนำผลบวกมาคูณกับ a แต่ถ้าเขียน $(a \times b) + (a \times c)$ หมายความว่า $a \times b$ และ $a \times c$ เสร็จแล้วนำผลคูณมาบวกกัน

★ **แบบฝึกหัดที่ 4** ★

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. จงบอกว่าแต่ละข้อต่อไปนี้ใช้สมบัติการเท่ากันในข้อใด (สมบัติการสลับที่ , สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม หรือ สมบัติการแจกแจง)

1) $(a + b) \times 2 = 2 \times (a + b)$

2) $mn + (xy + pq) = (mn + xy) + pq$

- 3) $(3 \times 50) + (3 \times 20) - (3 \times 10) = 3 \times 60$
- 4) $2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)$
- 5) $(a + b)c = ac + bc$
- 6) $[(-2) + (-3)] + (-4) = (-2) + [(-3) + (-4)]$
- 7) $(3 + m) \times (2 - n) = (2 - n) \times (3 + m)$
- 8) $(a^2 \times b^2) \times c^2 = a^2 \times (b^2 \times c^2)$
- 9) $(-21) + (-12) = (-12) + (-21)$
- 10) $(a \times b) \times c = c \times (a \times b)$
- 11) $mn + (xy + pq) = (mn + xy) + pq$
- 12) $(3 \times 50) + (3 \times 20) - (3 \times 10) = 3 \times 60$
- 13) $2x + 2y + 2z = 2(x + y + z)$
- 14) $(a + b)c = ac + bc$
- 15) $[(-2) + (-3)] + (-4) = (-2) + [(-3) + (-4)]$
- 16) $(3 + m) \times (2 - n) = (2 - n) \times (3 + m)$
- 17) $(a^2 \times b^2) \times c^2 = a^2 \times (b^2 \times c^2)$
- 18) $(-21) + (-12) = (-12) + (-21)$
- 19) $(a \times b) \times c = c \times (a \times b)$

ข้อ 2. จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

- 1) $35 + 38 =$ (ใช้สมบัติการสลับที่)
- 2) $25 \times (-36) =$ (ใช้สมบัติการสลับที่)
- 3) $(a + b) \times (x + y) =$ (ใช้สมบัติการสลับที่)
- 4) $mx + my =$ (ใช้สมบัติการสลับที่)
- 5) $24 + (36 + 48) =$ (ใช้สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
- 6) $[(-32) \times (-18)] \times (-7) =$ (ใช้สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
- 7) $(abc + pqr) + xyz =$ (ใช้สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)
- 8) $2a \times (3b \times 4c) =$ (ใช้สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม)

9) $4 \times (5 + 9) = \dots\dots\dots$ (ใช้สมบัติการแจกแจง)

10) $(8 - 2) \times 7 = \dots\dots\dots$ (ใช้สมบัติการแจกแจง)

11) $a \times (8 - 7 + 6) = \dots\dots\dots$ (ใช้สมบัติการแจกแจง)

12) $(x + y - z) \times 3 = \dots\dots\dots$ (ใช้สมบัติการแจกแจง)

ข้อ 3. จงเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง พร้อมทั้งบอกสมบัติการเท่ากันที่ใช้ในแต่ละข้อ

1) $2 \times (a - b) = \dots\dots\dots - (2 \times b)$

ใช้สมบัติ

2) $(-2) \times [(-3) \times 4] = \dots\dots\dots \times 4$

ใช้สมบัติ

3) $(15 + 4) \times 8 = (15 \times 8) + \dots\dots\dots$

ใช้สมบัติ

4) $(-14) + \dots\dots\dots = (-17) + (-14)$

ใช้สมบัติ

5) $(-2) \times [(-3) + (-4)] = [(-2) \times \dots\dots\dots] + [(-2) \times \dots\dots\dots]$

ใช้สมบัติ

6) $(8a \times 4) - (\dots\dots\dots) + (8a \times b) = 8a \times (\dots\dots\dots - 5 + 6)$

ใช้สมบัติ

7) $(-5) + 10 = \dots\dots\dots + (-5)$

ใช้สมบัติ

8) $(a + b) \times m = m \times \dots\dots\dots$

ใช้สมบัติ

9) $(ab)c = a(\dots\dots\dots)$

ใช้สมบัติ

10) $(a - b - c) \times 4 = (a \times 4) - \dots\dots\dots - \dots\dots\dots$

ใช้สมบัติ

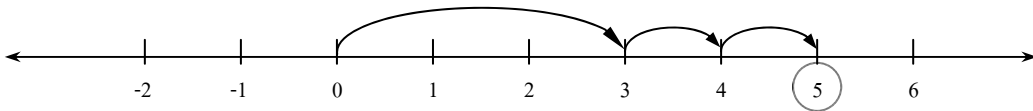
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

สามารถบวกจำนวนเต็มได้

2.7 การบวกจำนวนเต็ม

การบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

นักเรียนเคยแสดงการหาผลบวกของจำนวนเต็มบวกบนเส้นจำนวนแล้ว เช่น $3 + 2$

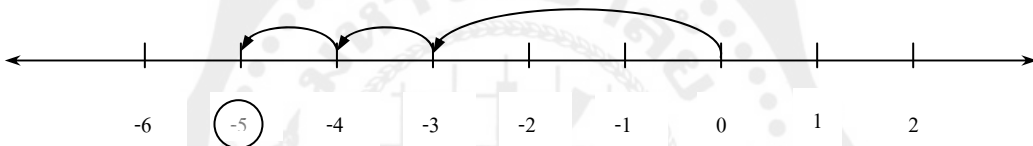


ลูกศรที่แสดงการบวกด้วย 2 ชี้ไปทางไหน ซ้ายหรือขวา

เราจะใช้หลักเกณฑ์อย่างเดียวกันในการแสดงการหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับ

จำนวนเต็มลบบนเส้นจำนวนดังตัวอย่าง

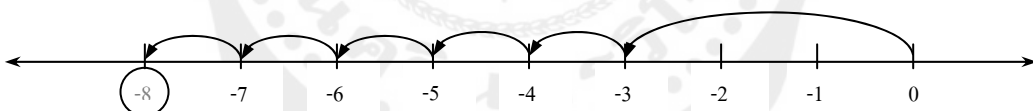
1) หาผลบวก $(-3) + (-2)$ แสดงได้ดังนี้



ลูกศรที่แสดงการบวกด้วย -2 ชี้ไปทางไหน

นักเรียนคิดว่าจะอ่านคำตอบได้อย่างไร

2) หาผลบวก $(-3) + (-5)$ แสดงได้ดังนี้



เพื่อจะหาวิธีบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- จงแสดงการหาผลบวกต่อไปนี้บนเส้นจำนวน
 $(-4) + (-1)$, $(-2) + (-4)$, $(-7) + (-2)$
- นักเรียนคิดว่า ผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบสองจำนวนจะเป็นจำนวนเต็มลบเสมอไปหรือไม่
- ให้นักเรียนหาผลบวก $(-4) + (-1)$ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ -4 และ -1 มาบวกกันแล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่
- ให้นักเรียนใช้วิธีการเช่นเดียวกับในข้อ 3 หาผลบวก $(-2) + (-4)$, $(-7) + (-2)$ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่

โดยทั่วไปการหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ จะใช้วิธีการเช่นเดียวกับในข้อ 3 ให้นักเรียนใช้วิธีการดังกล่าวหาผลบวกต่อไปนี้

- 1) $(-25) + (-3)$ \rightarrow
- 2) $(-3) + (-25)$ \rightarrow
- 3) $(-12) + (-8)$ \rightarrow
- 4) $(-8) + (-12)$ \rightarrow



ในการหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ ให้นำค่าสัมบูรณ์ของจำนวนเต็มลบแต่ละจำนวนมาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลบวก $(-14) + (-16)$

วิธีทำ $(-14) + (-16) = -30$ ตอบ

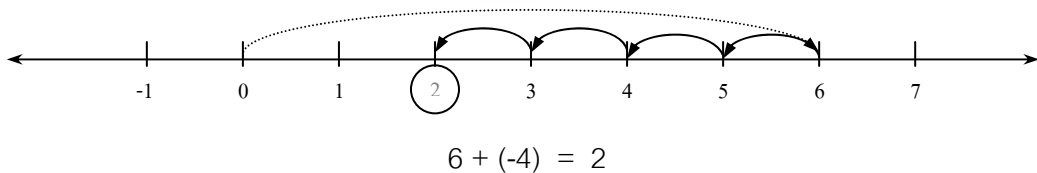
ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลัพธ์โดยบวกสองจำนวนที่อยู่ในวงเล็บใหญ่ก่อน $(-7) + [(-5) + (-26)]$

วิธีทำ $(-7) + [(-5) + (-26)] = (-7) + (-31)$
 $= -38$ ตอบ

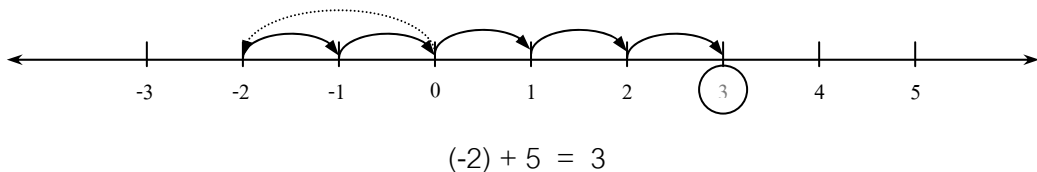
การบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ

ให้นักเรียนพิจารณาการแสดงผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ บนเส้นจำนวน ในกรณีจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มบวกมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า ดังตัวอย่าง

1) หาผลบวก $6 + (-4)$ แสดงได้ดังนี้



2) หาผลบวก $(-2) + 5$ แสดงได้ดังนี้



เพื่อจะหาวิธีบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

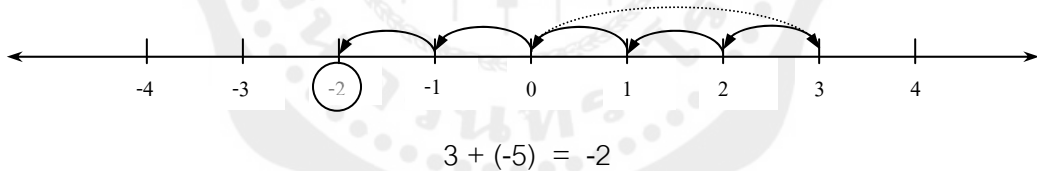
1. จงแสดงการหาผลบวกต่อไปนี้บนเส้นจำนวน $5 + (-3)$, $(-4) + 7$
2. คำตอบในข้อ 1 เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ
3. ให้นักเรียนหาผลบวก $5 + (-3)$ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ 5 และของ -3 มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่
4. ให้นักเรียนใช้วิธีการเช่นเดียวกับในข้อ 3 หาผลบวก $(-4) + 7$ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่
5. ให้นักเรียนหาผลบวกต่อไปนี้โดยนำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

ให้นักเรียนสังเกตว่าจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มบวกมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

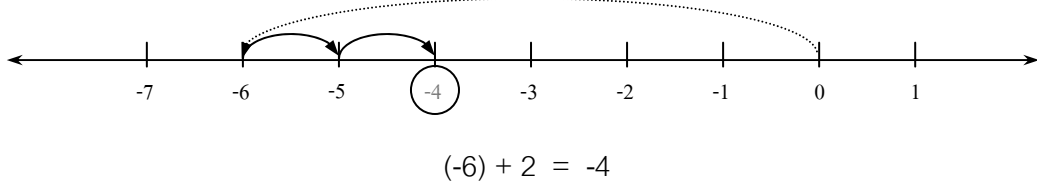
- | | | | |
|----------------|---------|----------------|---------|
| 1) $10 + (-5)$ | ➡ | 5) $(-5) + 10$ | ➡ |
| 2) $12 + (-4)$ | ➡ | 6) $5 + (-4)$ | ➡ |
| 3) $(-4) + 12$ | ➡ | 7) $29 + (-3)$ | ➡ |
| 4) $(-4) + 5$ | ➡ | 8) $(-3) + 29$ | ➡ |

ให้นักเรียนพิจารณาการแสดงการหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบบนเส้นจำนวน ในกรณีจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มลบมีค่าสัมบูรณ์มากกว่า ดังตัวอย่าง

- 1) หาผลบวก $3 + (-5)$ แสดงได้ดังนี้



- 2) หาผลบวก $(-6) + 2$ แสดงได้ดังนี้



เพื่อจะหาวิธีบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. จงแสดงการหาผลบวกต่อไปนี้บนเส้นจำนวน $(-8) + 5$, $4 + (-9)$
2. คำตอบที่ได้ในข้อ 1 เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ

- ให้นักเรียนหาผลบวก $(-8) + 5$ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ -8 และของ 5 มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่
- ให้นักเรียนใช้วิธีการเช่นเดียวกับในข้อ 3 หาผลบวก $4 + (-9)$ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่หาได้ในข้อ 1 หรือไม่
- ให้นักเรียนหาผลบวกต่อไปนี้ โดยนำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

ให้นักเรียนสังเกตว่าจำนวนที่เป็นจำนวนเต็มลบ มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

- | | | | |
|----------------|---------|-----------------|---------|
| 1) $(-7) + 4$ | ➤ | 5) $(-10) + 2$ | ➤ |
| 2) $(-12) + 6$ | ➤ | 6) $3 + (-16)$ | ➤ |
| 3) $3 + (-9)$ | ➤ | 7) $(-23) + 13$ | ➤ |
| 4) $2 + (-11)$ | ➤ | 8) $15 + (-28)$ | ➤ |



ในการหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากันให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวกหรือลบ ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

หลักเกณฑ์การบวกจำนวนเต็มมี ดังนี้

- การหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก
- การหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มลบให้นำค่าสัมบูรณ์มาบวกกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ
- การหาผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์ไม่เท่ากันให้นำค่าสัมบูรณ์มาลบกัน แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวกหรือลบ ตามจำนวนที่มีค่าสัมบูรณ์มากกว่า

จงหาผลบวกโดยใช้หลักเกณฑ์ที่สรุปไว้ข้างต้น

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| 1. $15 + 5$ ✧ | 6. $(-1) + (-19)$ ✧ |
| 2. $5 + 15$ ✧ | 7. $4 + (-7)$ ✧ |
| 3. $21 + (-8)$ ✧ | 8. $(-7) + 4$ ✧ |
| 4. $(-8) + 21$ ✧ | 9. $1 + (-5)$ ✧ |
| 5. $(-19) + (-1)$ ✧ | 10. $(-5) + 1$ ✧ |

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลบวก $32 + (-17)$

วิธีทำ $32 + (-17) = 15$

ตอบ

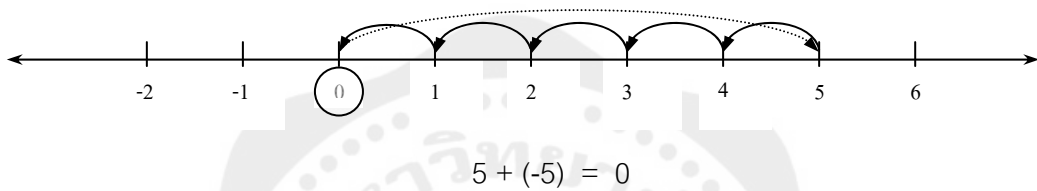
ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลบวก $[(-19) + 8] + (-2)$

วิธีทำ $[(-19) + 8] + (-2) = (-11) + (-2)$
 $= -13$

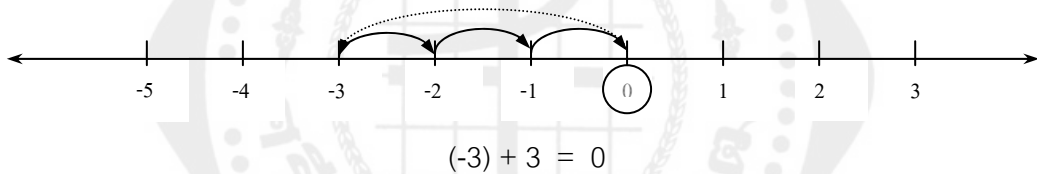
ตอบ

ให้นักเรียนพิจารณาการแสดงผลบวกระหว่างจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบบนเส้นจำนวน ในกรณีจำนวนทั้งสองมีค่าสัมบูรณ์เท่ากัน ดังตัวอย่าง

1) หาผลบวก $5 + (-5)$ แสดงได้ดังนี้



2) หาผลบวก $(-3) + 3$ แสดงได้ดังนี้



ให้นักเรียนสังเกตว่า -5 เป็นจำนวนตรงข้ามของ 5

และ 3 เป็นจำนวนตรงข้ามของ -3

ผลบวกที่ได้ คือ $5 + (-5) = 0$ และ $(-3) + 3 = 0$ ซึ่งเป็นไปตามสมบัติที่ว่า ผลบวกของจำนวนใดๆ กับจำนวนตรงข้ามของจำนวนนั้นต้องเป็น 0

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. จงหาผลบวก

1) $12 + (-12)$ ✧

3) $(-39) + 39$ ✧

2) $68 + (-68)$ ✧

4) $(-521) + 521$ ✧

2. ถ้า a เป็นจำนวนใดๆ จงหาผลบวก

1) $a + (-a)$ ✧

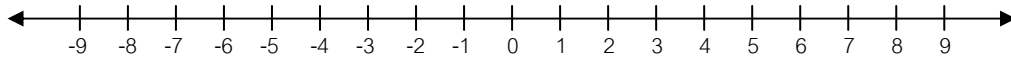
2) $(-a) + a$ ✧

★ แบบฝึกหัดที่ 5 ★

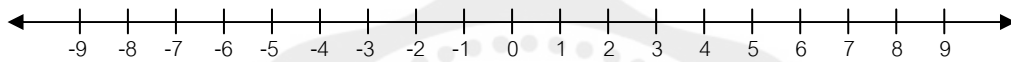
ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

จงหาผลบวกบนเส้นจำนวนต่อไปนี้

1) $(-3) + (-4)$



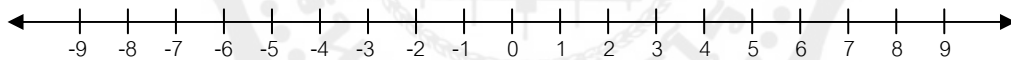
2) $(-1) + (-5)$



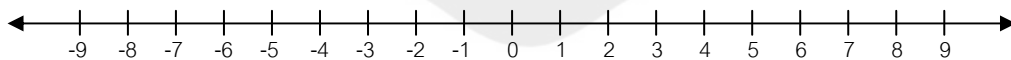
3) $7 + (-3)$



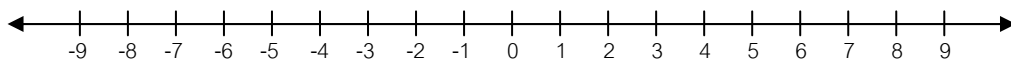
4) $4 + (-9)$



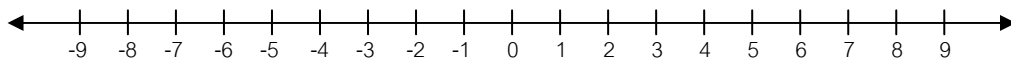
5) $(-2) + 7$



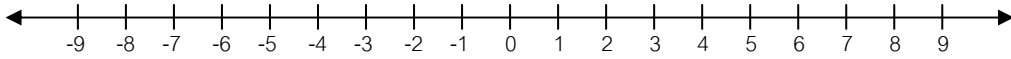
6) $(-4) + 10$



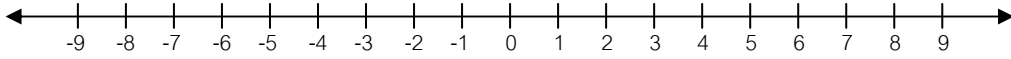
7) $(-5) + (-3)$



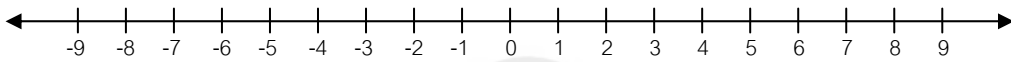
8) $4 + (-11)$



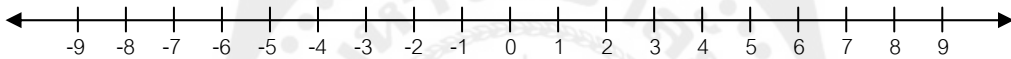
9) $(-8) + 13$



10) $9 + (-4)$



11) $(-9) + 5$



12) $8 + (-8)$



แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 3



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

ข้อ 1. จงหาผลลัพธ์

❖ $(-5) + (-8) = \dots\dots\dots$

❖ $(-46) + (-57) = \dots\dots\dots$

❖ $(-8) + (-5) = \dots\dots\dots$

❖ $(-57) + (-46) = \dots\dots\dots$

❖ $(-7) + (-1) = \dots\dots\dots$

❖ $(-214) + (-49) = \dots\dots\dots$

❖ $(-1) + (-7) = \dots\dots\dots$

❖ $(-49) + (-214) = \dots\dots\dots$

❖ $(-19) + (-6) = \dots\dots\dots$

❖ $(-25) + (-145) = \dots\dots\dots$

❖ $(-6) + (-19) = \dots\dots\dots$

❖ $(-145) + (-25) = \dots\dots\dots$

ข้อ 2. นักเรียนคิดว่า จำนวนเต็มลบมีสมบัติการสลับที่สำหรับการบวกหรือไม่

ข้อ 3. จงหาจำนวนที่แทน x แล้วทำให้ได้ประโยคที่เป็นจริง

❖ $x + (-5) = -6$	❖ $x + (-10) = -15$
❖ $(-2) + x = -9$	❖ $(-12) + x = -21$

ข้อ 4. จงหาผลลัพธ์โดยบวกสองจำนวนที่อยู่ในวงเล็บใหญ่ก่อน

❖ $(-3) + [(-1) + (-8)] =$	❖ $(-10) + [(-6) + (-7)] =$
❖ $[(-3) + (-1)] + (-8) =$	❖ $[(-17) + (-13)] + (-9) =$
❖ $(-2) + [(-4) + (-5)] =$	❖ $(-17) + [(-13) + (-9)] =$
❖ $[(-2) + (-4)] + (-5) =$.
❖ $[(-10) + (-6)] + (-7) =$	

ข้อ 5. นักเรียนคิดว่า จำนวนเต็มลบมีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกหรือไม่

ข้อ 6. จงหาผลบวก

❖ $20 + 200 =$	❖ $(-11) + (-1) =$
❖ $200 + 20 =$	❖ $(-3) + 40 =$
❖ $(-6) + (-18) =$	❖ $40 + (-3) =$
❖ $(-18) + (-6) =$	❖ $26 + (-42) =$
❖ $(-1) + (-11) =$	❖ $(-42) + 26 =$

ข้อ 7. ให้นักเรียนแทน a และ b ด้วยจำนวนที่กำหนดให้ในประโยค $a + b = b + a$ แล้วดูว่าประโยคที่ได้เป็นจริงหรือเท็จ

❖ $a = 5, b = 6$	3) $a = 23, b = -9$
.....
.....
.....
❖ $a = -2, b = -8$	4) $a = 6, b = -11$
.....
.....
.....

ข้อ 8. จากข้อ 6 และข้อ 7 นักเรียนคิดว่า การบวกจำนวนเต็มมีสมบัติการสลับที่หรือไม่

ข้อ 9. ให้นักเรียนแทน a , b และ c ด้วยจำนวนที่กำหนดให้ในประโยค $(a + b) + c = a + (b + c)$ แล้วดูว่าประโยคที่ได้เป็นจริงหรือเท็จ

❖ $a = 3, b = 4, c = 2$

◇ $a = -1, b = 3, c = 5$

❖ $a = -5, b = -2, c = 7$

◇ $a = 23, b = -14, c = -6$

❖ $a = -8, b = -19, c = -10$

ข้อ 10. นักเรียนคิดว่า จำนวนเต็มมีสมบัติการเปลี่ยนกลุ่มสำหรับการบวกหรือไม่

ข้อ 11. จงหาผลบวก

❖ $(-16) + 8 + (-4) = \dots\dots\dots$

❖ $8 + 2 + (-10) = \dots\dots\dots$

❖ $(-2) + 3 + 2 = \dots\dots\dots$

❖ $13 + (-9) + (-1) = \dots\dots\dots$

❖ $(-5) + (-5) + 5 = \dots\dots\dots$

❖ $24 + 7 + (-6) = \dots\dots\dots$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

สามารถลบจำนวนเต็มได้

2.8 การลบจำนวนเต็ม

ในการลบจำนวนเต็ม นั้น เราอาศัยการบวกตามข้อตกลงดังนี้

$$\text{ตัวตั้ง} - \text{ตัวลบ} = \text{ตัวตั้ง} + \text{จำนวนตรงข้ามของตัวลบ}$$

ตัวอย่างเช่น $6 - 2 = 6 + (-2)$

$2 - 6 = 2 + (-6)$

$(-15) - 3 = (-15) + (-3)$

$4 - (-9) = 4 + 9$

$(-13) - (-11) = (-13) + 11$

ให้นักเรียนเขียนการลบต่อไปนี้เป็นรูปการบวกด้วยจำนวนตรงข้ามของตัวลบ ตามตัวอย่าง

ข้างต้น

1. $8 - 5$ ✧

7. $3 - (-7)$ ✧

2. $3 - 4$ ✧

8. $20 - (-9)$ ✧

3. $7 - 12$ ✧

9. $16 - (-30)$ ✧

4. $(-2) - 4$ ✧

10. $(-3) - (-8)$ ✧

5. $(-9) - 5$ ✧

11. $(-5) - (-2)$ ✧

6. $(-10) - 12$ ✧

12. $(-4) - (-16)$ ✧

เมื่อเขียนการลบให้อยู่ในรูปการบวกแล้วจึงหาผลบวกของจำนวนเต็มตามวิธีการบวกที่เคยสรุปไว้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลลบ $(-3) - 4$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (-3) - 4 &= (-3) + (-4) \\ &= -7 \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลบ $2 - (-3)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 2 - (-3) &= 2 + 3 \\ &= 5 \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลลบ $(-2) - (-6)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad (-2) - (-6) &= (-2) + 6 \\ &= 4 \end{aligned} \quad \text{ตอบ}$$

★ **แบบฝึกหัดที่ 6** ★

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. จงหาผลลัพธ์ต่อไปนี้

- | | |
|----------------------------|------------------------------|
| 1) $3 - 12 =$ | 2) $18 - 23 =$ |
| 3) $-9 + 16 =$ | 4) $132 - 184 =$ |
| 5) $336 - 363 =$ | 6) $-75 + 199 =$ |
| 7) $48 - 32 - 64 =$ | 8) $15 - 18 + 14 - 20 =$ |
| 9) $-12 + 15 - 17 + 18 =$ | 10) $25 - 36 + 17 - 35 =$ |
| 11) $42 - 50 - 17 - 8 =$ | 12) $-19 - 18 - 17 - 16 =$ |
| 13) $-76 + 77 - 79 + 72 =$ | 14) $35 - 32 - 38 + 30 =$ |
| 15) $(-5) + 8 =$ | 16) $12 - 9 =$ |
| 17) $(-4) + (-8) =$ | 18) $(-12) + (-15) + (-9) =$ |
| 19) $-12 + 7 =$ | 20) $(-18) + 11 =$ |
| 21) $24 - (-19) =$ | 22) $-(-8) - (-4) =$ |
| 23) $(-21) + (-13) =$ | 24) $(-41) - (-8) =$ |

$$25) [(-12) + (-13)] - 15 =$$

$$=$$

$$=$$

$$26) -8 - [4 - (-9)] =$$

$$=$$

$$=$$

$$27) 3 - [(-7) + (-8)] =$$

$$=$$

$$=$$

$$28) (-12 - 15) - (15 - 19) =$$

$$=$$

$$=$$

ให้ $a = -1, b = -3, c = -5$ จงหาค่าของ

$$29) a + b + c =$$

$$=$$

$$30) a - b - c =$$

$$=$$

$$31) a + (b - c) =$$

$$=$$

$$32) (a - b) + c =$$

$$=$$

ให้ $a = 3, b = -2, c = -1$ จงหาค่าของ

$$33) a - b + c =$$

$$=$$

$$34) (a + b) - c =$$

$$=$$

$$35) a - (b + c) =$$

$$=$$

$$36) c - (a - b) =$$

$$=$$

ให้ $P = 2, Q = -2, R = 1, S = 1$ จงหาค่าของ

$$37) P + Q - R + S =$$

$$=$$

$$38) (P - Q) + (R - S) =$$

$$=$$

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 4



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

ข้อ 1. จงหาผลลบ

$$❖ 7 - 9 = \dots\dots\dots$$

$$❖ (-3) - 14 = \dots\dots\dots$$

$$❖ 2 - 15 = \dots\dots\dots$$

$$❖ (-18) - 3 = \dots\dots\dots$$

$$❖ 0 - 26 = \dots\dots\dots$$

$$❖ 0 - (-10) = \dots\dots\dots$$

$$❖ (-27) - 8 = \dots\dots\dots$$

❖ $6 - (-45) = \dots\dots\dots$

❖ $(-31) - (-22) = \dots\dots\dots$

❖ $104 - (-30) = \dots\dots\dots$

❖ $(-15) - (-16) = \dots\dots\dots$

❖ $(-49) - (-49) = \dots\dots\dots$

ข้อ 2. จงหาค่าของ y ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

1) $0 - 2 = y$ ☆.....

6) $0 - y = 0$ ☆.....

2) $(-1) - 0 = y$ ☆.....

7) $(-3) - y = 0$ ☆.....

3) $0 - 0 = y$ ☆.....

8) $y - 6 = 0$ ☆.....

4) $0 - (-5) = y$ ☆.....

9) $y - 4 = -1$ ☆.....

5) $8 - y = 0$ ☆.....

10) $0 - y = 7$ ☆.....

ข้อ 3. จงหาค่าของ $(a + b) - c$ เมื่อ

1) $a = 3, b = -6, c = 5$

2) $a = 4, b = -3, c = -2$

3) $a = 8, b = -8, c = -1$

ข้อ 4. จงหาค่าของ $a + (b - c)$ เมื่อ

1) $a = 4, b = -6, c = -6$

2) $a = -7, b = -18, c = -24$

3) $a = -5, b = 3, c = 3$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

สามารถคูณจำนวนเต็มได้

2.9 การคูณจำนวนเต็ม

การคูณจำนวนเต็มมีสมบัติการสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม และการแจกแจงบนการบวก ซึ่งเราจะใช้สมบัติเหล่านี้ในการหาผลคูณ

การคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ

ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างต่อไปนี้

$4 \times 2 = 2 + 2 + 2 + 2$

$2 \times 5 = 5 + 5$

$5 \times 7 = 7 + 7 + 7 + 7 + 7$

ตัวอย่างเหล่านี้แสดงความหมายของการคูณ

ในทำนองเดียวกัน

$$3 \times (-4) = (-4) + (-4) + (-4)$$

$$= -12$$

ให้นักเรียนเขียนการคูณจำนวนต่อไปนี้เป็นรูปการบวกแล้วหาผลลัพธ์

1. $5 \times (-2)$ ➤
2. $3 \times (-1)$ ➤
3. $12 \times (-3)$ ➤

เพื่อจะหาวิธีคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบให้รวดเร็วขึ้น ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนหาผลคูณ $6 \times (-5)$ โดยเขียนการคูณให้อยู่ในรูปการบวกก่อน
2. คำตอบที่ได้ในข้อ 1 เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ
3. ให้นักเรียนหาผลคูณ $6 \times (-5)$ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ 6 ไปคูณกับค่าสัมบูรณ์ของ -5 แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับคำตอบในข้อ 1 หรือไม่
4. ให้นักเรียนใช้วิธีการเช่นเดียวกับในข้อ 3 หาผลคูณต่อไปนี้
 - 1) $3 \times (-2)$
 - 2) $7 \times (-3)$
 - 3) $4 \times (-6)$
 - 4) $15 \times (-4)$



จำนวนเต็มบวกคูณจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มลบที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก

ให้นักเรียนพิจารณาผลคูณต่อไปนี้

1. $5 \times (-2)$
2. $(-2) \times 5$

นักเรียนจะหาผลคูณในข้อ 1 โดยเขียนเป็นรูปการบวกของ -2 ได้หรือไม่

นักเรียนจะหาผลคูณในข้อ 2 โดยเขียนเป็นรูปการบวกของ 5 ได้หรือไม่

ในการหาผลคูณ $(-2) \times 5$ เราจะใช้สมบัติการสลับที่สำหรับการคูณจำนวนเต็ม ดังนี้

$$(-2) \times 5 = 5 \times (-2)$$

$$= -10$$

ให้นักเรียนหาผลคูณต่อไปนี้ โดยอาศัยวิธีคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ ตามตัวอย่างข้างต้น

1. $(-3) \times 7 \triangleright$
2. $(-10) \times 4 \triangleright$
3. $(-15) \times 8 \triangleright$
4. $(-32) \times 41 \triangleright$

นักเรียนหาผลคูณของจำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มบวกได้อย่างไร

เพื่อจะหาวิธีคูณของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ให้นักเรียนหาผลคูณ $(-4) \times 6$ โดยอาศัยการคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ
2. คำตอบที่ได้ในข้อ 1 เป็นจำนวนเต็มบวกหรือจำนวนเต็มลบ
3. ให้นักเรียนหาผลคูณ $(-4) \times 6$ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ -4 ไปคูณกับค่าสัมบูรณ์ของ 6 แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มลบ นักเรียนได้คำตอบเท่ากับคำตอบในข้อ 1 หรือไม่
4. ให้นักเรียนใช้วิธีเช่นเดียวกับในข้อ 3 หาผลคูณต่อไปนี้

- 1) $(-5) \times 4 \triangleright$
- 2) $(-11) \times 9 \triangleright$
- 3) $(-13) \times 6 \triangleright$
- 4) $(-15) \times 8 \triangleright$



จำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มบวก ได้คำตอบ
เป็นจำนวนเต็มลบ ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณ
ของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

วิธีคูณจำนวนเต็มบวกกับจำนวนเต็มลบ และวิธีคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มบวก เหมือนกันไม่

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลคูณ $38 \times (-5)$

วิธีทำ $38 \times (-5) = -190$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลคูณ $(-26) \times 20$

วิธีทำ $(-26) \times 20 = -520$ ตอบ

การคูณจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ

ในการหาผลคูณของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบ เช่น $(-3) \times (-2)$ เราจะใช้สมบัติการแจกแจงดังนี้

$$\begin{aligned} \text{เนื่องจาก} \quad & (-2) + 2 = 0 \\ \text{ฉะนั้น} \quad & (-3) \times [(-2) + 2] = (-3) \times 0 \\ & = 0 \end{aligned}$$

จากสมบัติการแจกแจง

$$\begin{aligned} & (-3) \times [(-2) + 2] = [(-3) \times (-2)] + [(-3) \times 2] \\ \text{ฉะนั้น} \quad & [(-3) \times (-2)] + [(-3) \times 2] = 0 \\ \text{เราทราบว่า} \quad & (-3) \times 2 = -6 \\ \text{ฉะนั้น} \quad & [(-3) \times (-2)] + (-6) = 0 \end{aligned}$$

ประโยคข้างต้นกล่าวว่ $(-3) \times (-2)$ เป็นจำนวนที่บวกกับ (-6) แล้วได้ 0 แต่จำนวนที่บวกกับ (-6) แล้วได้ 0 มีอยู่จำนวนเดียว คือ 6

$$\text{ดังนั้น} \quad (-3) \times (-2) = 6$$

โดยทั่วๆ ไปเราสามารถพิสูจน์ได้ว่า ผลคูณของจำนวนเต็มลบกับจำนวนเต็มลบเป็นจำนวนเต็มบวกเสมอ

ให้นักเรียนหาผลคูณ $(-3) \times (-2)$ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของ -3 ไปคูณกับค่าสัมบูรณ์ของ -2 แล้วตอบเป็นจำนวนเต็มบวก นักเรียนได้คำตอบเท่ากับที่ทำมาข้างต้นหรือไม่

ให้นักเรียนหาผลคูณต่อไปนี้ โดยใช้วิธีหาผลคูณของค่าสัมบูรณ์

- | | |
|--|---|
| 1. $(-1) \times (-2) \triangleright$ | 3. $(-9) \times (-5) \triangleright$ |
| 2. $(-1) \times (-1) \triangleright$ | 4. $(-36) \times (-4) \triangleright$ |



จำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มลบ ได้คำตอบเป็นจำนวนเต็มบวก ที่มีค่าสัมบูรณ์เท่ากับผลคูณของค่าสัมบูรณ์ของสองจำนวนนั้น

หลักการคูณจำนวนเต็มสรุปย่อๆ ได้ ดังนี้

1. จำนวนเต็มบวกคูณจำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก
เช่น $9 \times 7 = 63$
2. จำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มลบ ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มบวก
เช่น $(-9) \times (-7) = 63$
3. จำนวนเต็มบวกคูณจำนวนเต็มลบ หรือจำนวนเต็มลบคูณจำนวนเต็มบวก ผลลัพธ์เป็นจำนวนเต็มลบ
เช่น $9 \times (-7) = -63$
 $(-9) \times 7 = -63$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาผลคูณ $(-15) \times (-12)$

วิธีทำ $(-15) \times (-12) = 180$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 4 จงหาผลคูณ $[9 \times (-13)] \times (-7)$

วิธีทำ $[9 \times (-13)] \times (-7) = (-117) \times (-7)$
 $= 819$ ตอบ

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 5



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

ข้อ 1. จงหาผลคูณ

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $4 \times (-6) =$ | 4) $20 \times (-2) =$ |
| 2) $2 \times (-100) =$ | 5) $52 \times (-30) =$ |
| 3) $4 \times (-25) =$ | 6) $36 \times (-110) =$ |

ข้อ 2. จงหาผลคูณ

- | | |
|------------------------------|--------------------------------|
| 1) $(-7) \times 5 =$ | 4) $(-55) \times 12 =$ |
| 2) $(-90) \times 3 =$ | 5) $(-400) \times 20 =$ |
| 3) $(-11) \times 64 =$ | 6) $(-101) \times 150 =$ |

ข้อ 3. จงหาผลคูณ

- 1) $(-1) \times (-1) =$
- 2) $(-1) \times 1 =$
- 3) $(-5) \times 8 =$
- 4) $1 \times (-6) =$
- 5) $(-20) \times 11 =$
- 6) $(-12) \times (-14) =$
- 7) $47 \times (-10) =$
- 8) $(-12) \times (-12) =$

ข้อ 4. จงแทนค่า a , b และ c ด้วยจำนวนที่กำหนดให้ในประโยค $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ แล้วดูว่าประโยคที่ได้เป็นจริงหรือไม่

- 1) $a = -1, b = 4, c = 3$
- 2) $a = 2, b = -5, c = 7$
- 3) $a = -3, b = -2, c = 8$
- 4) $a = -2, b = -3, c = -6$
- 5) $a = 4, b = 3, c = -6$

ข้อ 4. จงหาผลคูณ

- 1) $(-6) \times 10 \times (-4) =$
- 2) $(-1) \times (-1) \times (-1) =$
- 3) $(-7) \times (-5) \times 8 =$
- 4) $(-2) \times (-9) \times 1 =$
- 5) $(-36) \times 120 \times 5 =$
- 6) $8 \times (-10) \times (-10) =$
- 7) $(-4) \times (-7) \times (-2) =$
- 8) $10 \times (-20) \times (-5) \times (-2) =$
- 9) $1 \times (-7) \times (-22) \times 53 =$
- 10) $(-1) \times 1 \times 9 \times 41 \times (-1) =$

ข้อ 5. จงหาค่า b ที่ทำให้ประโยคต่อไปนี้เป็นจริง

- 1) $b \times 3 = -12$
- 2) $7 \times b = -7$
- 3) $(-2) \times b = 8$
- 4) $(-1) \times b = 1$
- 5) $b \times 1 = -1$
- 6) $6 \times (-10) \times b = -60$
- 7) $100 \times b = -500$
- 8) $(-1) \times b = 4$
- 9) $(-5) \times b \times (-5) = -125$
- 10) $(-1) \times b \times (-1) = 1$

ข้อ 6. จงหาค่า x เมื่อกำหนด a , b และ c ให้ดังนี้

- ❖ $x = a \times b, a = 3, b = -2$
- ◊ $x = -a - c, a = -5, c = -2$
- ❖ $x = a - (b \times c), a = -7, b = -3, c = -4$
- ❖ $x = 5 \times (a - b), a = 0, b = 2$
- ◊ $x = (6 - a) \times c, a = -1, c = -2$

ข้อ 7. จงแทนค่า a , b และ c ด้วยจำนวนที่กำหนดให้

เพื่อหาค่า $a \times (b + c)$ และ $(a \times b) + (a \times c)$ นักเรียนได้ผลลัพธ์เท่ากันหรือไม่

- 1) $a = 5, b = 1, c = -1$
- 2) $a = -7, b = -3, c = -2$
- 3) $a = -4, b = -8, c = 1$
- 4) $a = -1, b = 6, c = -3$
- 5) $a = 6, b = -12, c = -7$

ข้อ 8. จงแทน a , b และ c ด้วยจำนวนที่กำหนดให้

เพื่อหาค่า $(b + c) \times a$ และ $(b \times a) + (c \times a)$ นักเรียนได้ผลลัพธ์เท่ากันหรือไม่

- 1) $a = 4, b = 1, c = -2$
- 2) $a = -5, b = 4, c = -9$
- 3) $a = -4, b = -6, c = -5$
- 4) $a = -7, b = -2, c = 8$
- 5) $a = 8, b = -2, c = -10$

ข้อ 9. จงเติมจำนวนในช่องที่เว้นไว้ให้ถูกต้อง

- 1) $(-2) \times (a + b) = [(-2) \times a] + [(-2) \times \dots]$
- 2) $(-7) \times (a + b) = [(-7) \times a] + [\dots \times \dots]$
- 3) $(2 + c) \times \dots = 8 + (c \times 4)$
- 4) $3 \times (b + \dots) = (3 \times b) + (-12)$
- 5) $(x \times y) + (x \times z) = x \times (\dots + \dots)$
- 6) $(\dots \times \dots) + (z \times x) = (y + z) \times x$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

สามารถหารจำนวนเต็มได้

2.10 การหารจำนวนเต็ม

นักเรียนตอบได้หรือไม่ว่าเพราะเหตุใด 24 หารด้วย 8 จึงได้ 3

ให้นักเรียนพิจารณาประโยคทั้งคู่อ้างล่าง

$$\begin{array}{l} \text{ตัวตั้ง} \quad \longrightarrow \quad 24 \\ \text{ตัวหาร} \quad \longrightarrow \quad \frac{24}{8} = 3 \longleftarrow \quad \text{ผลหาร} \end{array}$$

$$8 \times 3 = 24$$

ประโยค $8 \times 3 = 24$ เป็นตัวอย่างหนึ่งที่แสดงว่า

$$\text{ตัวหาร} \times \text{ผลหาร} = \text{ตัวตั้ง}$$

เราจะใช้หลักข้อนี้หาผลหารของจำนวนเต็มดังต่อไปนี้

1. หาผลหาร $\frac{-30}{5}$

ให้ $\frac{-30}{5} = a$

ดังนั้น $5 \times a = -30$

เนื่องจาก $5 \times (-6) = -30$

ฉะนั้น $a = -6$

ดังนั้น $\frac{-30}{5} = -6$

2. หาผลหาร $\frac{30}{-5}$

ให้ $\frac{30}{-5} = a$

ดังนั้น $(-5) \times a = 30$

เนื่องจาก $(-5) \times (-6) = 30$

ฉะนั้น $a = -6$

ดังนั้น $\frac{30}{-5} = -6$

3. หาผลหาร $\frac{-30}{-5}$

ให้ $\frac{-30}{-5} = a$

ดังนั้น $(-5) \times a = -30$

เนื่องจาก $(-5) \times 6 = -30$

ฉะนั้น $a = 6$

ดังนั้น $\frac{-30}{-5} = 6$

ให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดต่อไปนี้

1. ให้ a แทนผลลัพธ์ จงเปลี่ยนประโยคต่อไปนี้ให้อยู่ในรูปการคูณ แล้วหาค่าของ a

1) $\frac{14}{7} = a$

4) $\frac{-7}{-1} = a$

2) $\frac{-18}{2} = a$

5) $\frac{-1}{-1} = a$

3) $\frac{5}{-1} = a$

2. จากข้อ 1 ให้นักเรียนหาผลลัพธ์ a ในแต่ละข้อ โดยนำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและของตัวหารมาหารกัน

ถ้าทั้งตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่ก็ตอบเป็นจำนวนเต็มบวก

ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบโดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกก็ตอบเป็นจำนวนเต็มลบ

3. คำตอบในแต่ละข้อที่ได้ในข้อ 1 และข้อ 2 เท่ากันหรือไม่



การหารจำนวนเต็มให้นำค่าสัมบูรณ์ของตัวตั้งและของตัวหารมาหารกัน

ถ้าทั้งตัวตั้งและตัวหารเป็นจำนวนเต็มบวกทั้งคู่หรือจำนวนเต็มลบทั้งคู่จะได้คำตอบเป็นจำนวนบวก

ถ้าตัวตั้งหรือตัวหารตัวใดตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มลบโดยที่อีกตัวหนึ่งเป็นจำนวนเต็มบวกจะได้คำตอบเป็นจำนวนลบ

ตัวอย่างที่ 1 จงหาผลหาร $444 \div (-12)$

วิธีทำ $444 \div (-12) = -37$ ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 จงหาผลลัพธ์ $[\{(-7) \times (-9)\} + (-11)] \div (-13)$

วิธีทำ $[\{(-7) \times (-9)\} + (-11)] \div (-13) = [63 + (-11)] \div (-13)$

$= 52 \div (-13)$

$= -4$ ตอบ

★ แบบฝึกหัดที่ 7 ★

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. จงหาค่าต่อไปนี้

1) $2 \times (-4) = \dots\dots\dots$

2) $2(-6) \times 3 = \dots\dots\dots$

3) $(-5) \times (-1) = \dots\dots\dots$

4) $(-7) \times (-8) = \dots\dots\dots$

5) $3 \times (-4) \times (-1) = \dots\dots\dots$

6) $(-8) \times (-2) \times 2 = \dots\dots\dots$

7) $(-4) \times (-3) \times (-2) = \dots\dots\dots$

8) $(-1) \times (-1) \times (-1) = \dots\dots\dots$

9) $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = \dots\dots\dots$

10) $[(-3) \times 4 \times (-8) \times (-1)] \times 0 = \dots\dots\dots$

11) $(3)(-4)(-2) = \dots\dots\dots$

12) $2(-5)(-6) = \dots\dots\dots$

13) $-18 \div 2 = \dots\dots\dots$

14) $20 \div (-5) = \dots\dots\dots$

15) $\frac{-16}{-18} = \dots\dots\dots$

16) $\frac{-15}{3} = \dots\dots\dots$

17) $\frac{14}{-2} = \dots\dots\dots$

18) $(-25) \div (-1) = \dots\dots\dots$

19) $0 \div (-18) = \dots\dots\dots$

20) $(-20) \div 0 = \dots\dots\dots$

ข้อ 2. กำหนดให้ $m = -18, n = -3, p = 2$ จงหาค่าของ

1) $m \div n = \dots\dots\dots$

2) $p \times m = \dots\dots\dots$

3) $n \times p = \dots\dots\dots$

4) $m \div p = \dots\dots\dots$

5) $n \div m = \dots\dots\dots$

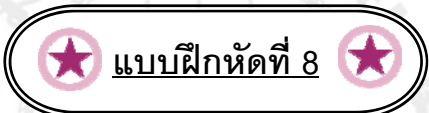
6) $(n \div p) \times m = \dots\dots\dots$

ข้อ 3. กำหนดให้ $x = -1, y = 1, z = -2$ จงหาค่าของ

1) $xyz = \dots\dots\dots$ 2) $\frac{xz}{y} = \dots\dots\dots$

3) $yz \div x = \dots\dots\dots$

4) $z \div xy = \dots\dots\dots$



ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. จงหาค่าของตัวแปรที่แทนประโยคแล้วเป็นจริง

- 1) $a + a = a$ 2) $a \div a = a$
- 3) $c \times 0 = 0$ 4) $c - c = 0$
- 5) $x \times (-1) = x$ 6) $1 \div x = -1$
- 7) $y + 7 = 0$ 8) $7y = 0$
- 9) $a - 7 = 7 - a$ 10) $a(a - 2) = 0$

ข้อ 2. จงหาคำตอบในแต่ละข้อ

- 1) $[2 + (-3)] \div (-1)$ 2) $(3 - 8) \div (2 - 3)$
- 3) $(4 - 6)(6 - 4)$ 4) $(9 - 11)(3 - 6)$
- 5) $(-2 - 8) \div (-1 - 1)$ 6) $[3 \times (-2)][2 \times (-3)]$
- 7) $-3(-1) + 2(-4)$ 8) $(-1)(-1) + 3(-2)$
- 9) $(-1 - 2)(3 - 5)(-4 + 5)$ 10) $-12 \div (-4)(-3)$

ข้อ 3. ให้ $T = [(-P + Q) \times M] \div K$ จงหาค่าของ T เมื่อ

1) $P = 1, Q = -2, M = -1, K = 1$

2) $P = -2, Q = 3, M = 2, K = -1$

.....
.....
.....

3) $P = 3, Q = -1, M = 0, K = -3$

4) $P = 1, Q = -1, M = 1, K = -1$

.....
.....
.....

ข้อ 4. กำหนดให้ $a = -1, b = 2, c = -2$ จงหาค่าของ

1) $a \times (b - c)$

2) $(a \times b) - (a \times c)$

.....
.....
.....

3) $(b - c) \times a$

4) $(b \times a) - (c \times a)$

.....
.....
.....

5) $(a \times c) \times b$

6) $a \times (c \times b)$

.....
.....
.....

แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 6



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

ข้อ 1. จงหาผลหาร

- | | |
|---|--|
| 1) $(-29) \div (-29) = \dots\dots\dots$ | 6) $140 \div (-70) = \dots\dots\dots$ |
| 2) $8 \div (-8) = \dots\dots\dots$ | 7) $(-200) \div 40 = \dots\dots\dots$ |
| 3) $(-17) \div (-1) = \dots\dots\dots$ | 8) $(-441) \div 21 = \dots\dots\dots$ |
| 4) $(-42) \div 2 = \dots\dots\dots$ | 9) $(-100000) \div (-100) = \dots\dots\dots$ |
| 5) $(-21) \div (-3) = \dots\dots\dots$ | 10) $550 \div (-11) = \dots\dots\dots$ |

ข้อ 2. เขียน ab แทน $a \times b$ และให้ $x = (ab - c) \div d$ จงหาค่า x เมื่อ

- 1) $a = 3, b = -2, c = 5, d = 1$
- 2) $a = -3, b = -4, c = 2, d = -2$
- 3) $a = -5, b = 2, c = -31, d = 7$
- 4) $a = 1, b = -1, c = -2, d = -1$
- 5) $a = -3, b = 2, c = -1, d = -1$

ข้อ 3. ให้นักเรียนพิจารณาประโยค $a - b = b - a$ เมื่อ $a \neq b$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จะหาจำนวนมาแทน a และ b เพื่อให้ประโยคข้างบนเป็นจริงได้หรือไม่ ✗
- 2) จะหาจำนวนมาแทน a และ b เพื่อให้ประโยคข้างบนเป็นเท็จได้หรือไม่ ✗
- 3) การลบบีสมบัติการสลับที่หรือไม่ ✗

ข้อ 4. ให้นักเรียนพิจารณาประโยค $a \div b = b \div a$ เมื่อ $a \neq b$ แล้วตอบคำถามต่อไปนี้

- 1) จะหาจำนวนมาแทน a และ b เพื่อให้ประโยคนี้เป็นจริงได้หรือไม่ ✗
- 2) จะหาจำนวนมาแทน a และ b เพื่อให้ประโยคนี้เป็นเท็จได้หรือไม่ ✗
- 3) การหารมีสมบัติการสลับที่หรือไม่ ✗

ข้อ 5. ให้ $y = [(-a + b) \times c] \div d$ จงหาค่า y เมื่อ

- 1) $a = -6, b = 4, c = -9, d = 3$
- 2) $a = -31, b = 7, c = 0, d = -2$
- 3) $a = 5, b = -13, c = -1, d = 4$
- 4) $a = -8, b = -2, c = -1, d = 1$
- 5) $a = 0, b = -8, c = -2, d = 16$

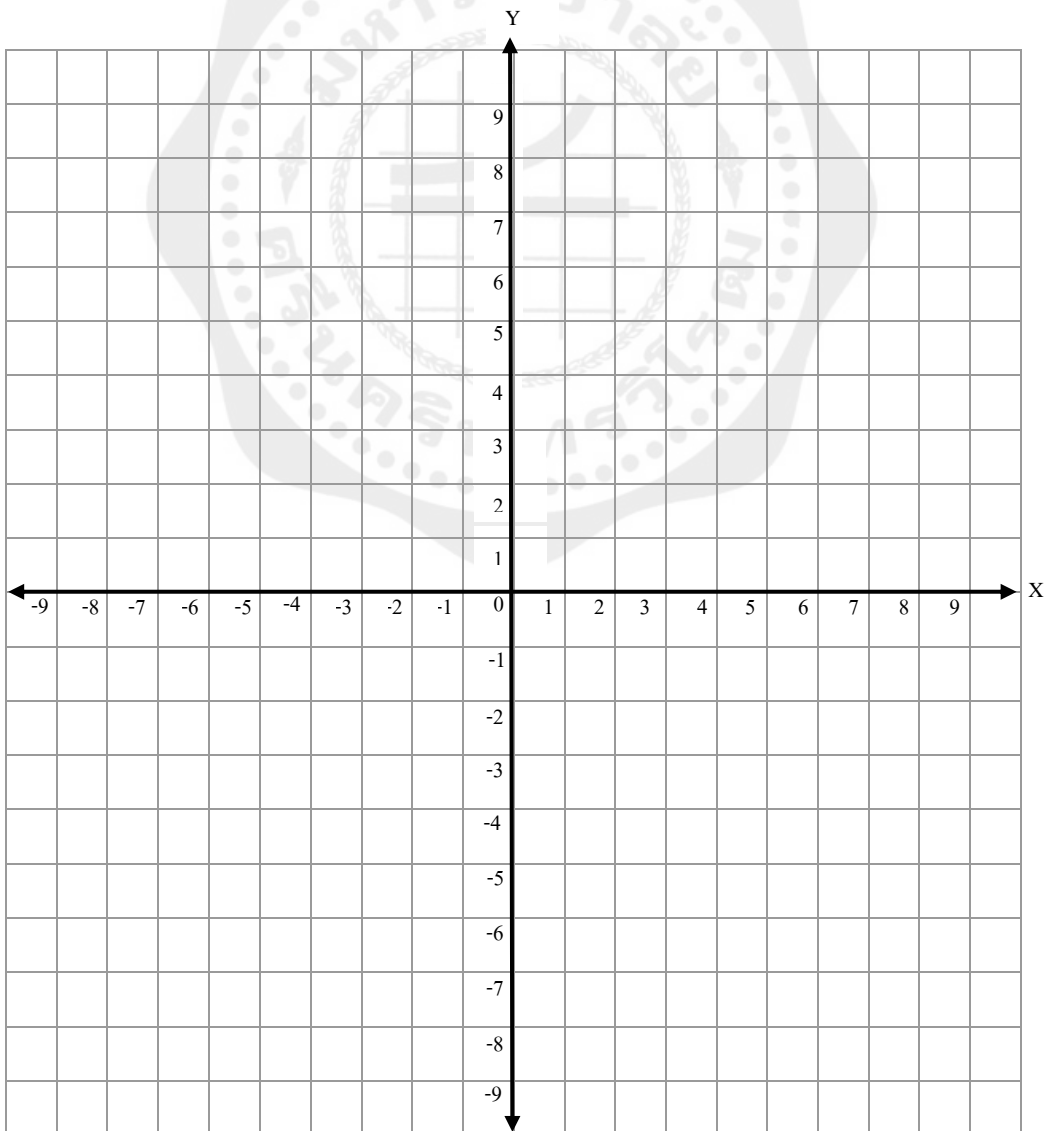
ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถบอกพิกัดของจุดต่าง ๆ ที่อยู่บนกราฟได้
2. สามารถลงจุดของคู่อันดับที่กำหนดให้บนระนาบจำนวนได้

2.11 กราฟ

นักเรียนเคยใช้เส้นจำนวนเฉพาะส่วนที่แสดงศูนย์และจำนวนบวกสองเส้นเป็นแกนในการเขียนกราฟมาแล้ว ต่อไปนี้เราจะใช้เส้นจำนวนที่แสดงจำนวนเต็มทั้งสองเส้นเป็นแกนในการเขียนกราฟ เส้นจำนวนทั้งสองนั้นถือว่าอยู่บนระนาบเดียวกัน เราเรียกระนาบนี้ว่า *ระนาบจำนวน* จุดแต่ละจุดที่อยู่บนระนาบจำนวนนี้จะแทนคู่อันดับเพียงคู่เดียวเท่านั้นและเมื่อเขียน (a , b) เราหมายความว่า a และ b เป็นจำนวนใดๆ ก็ได้

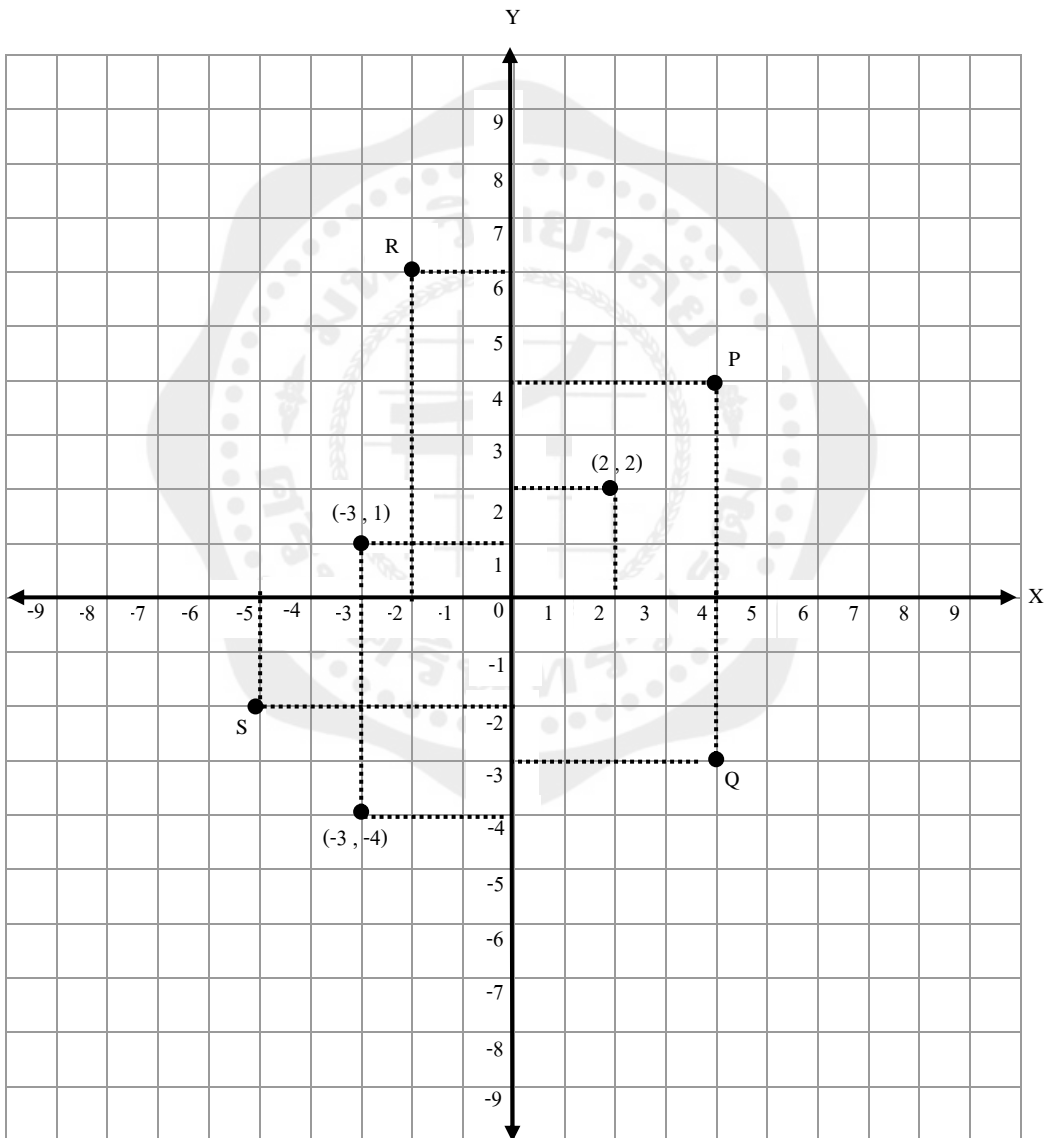
ให้นักเรียนพิจารณาระนาบจำนวนต่อไปนี้



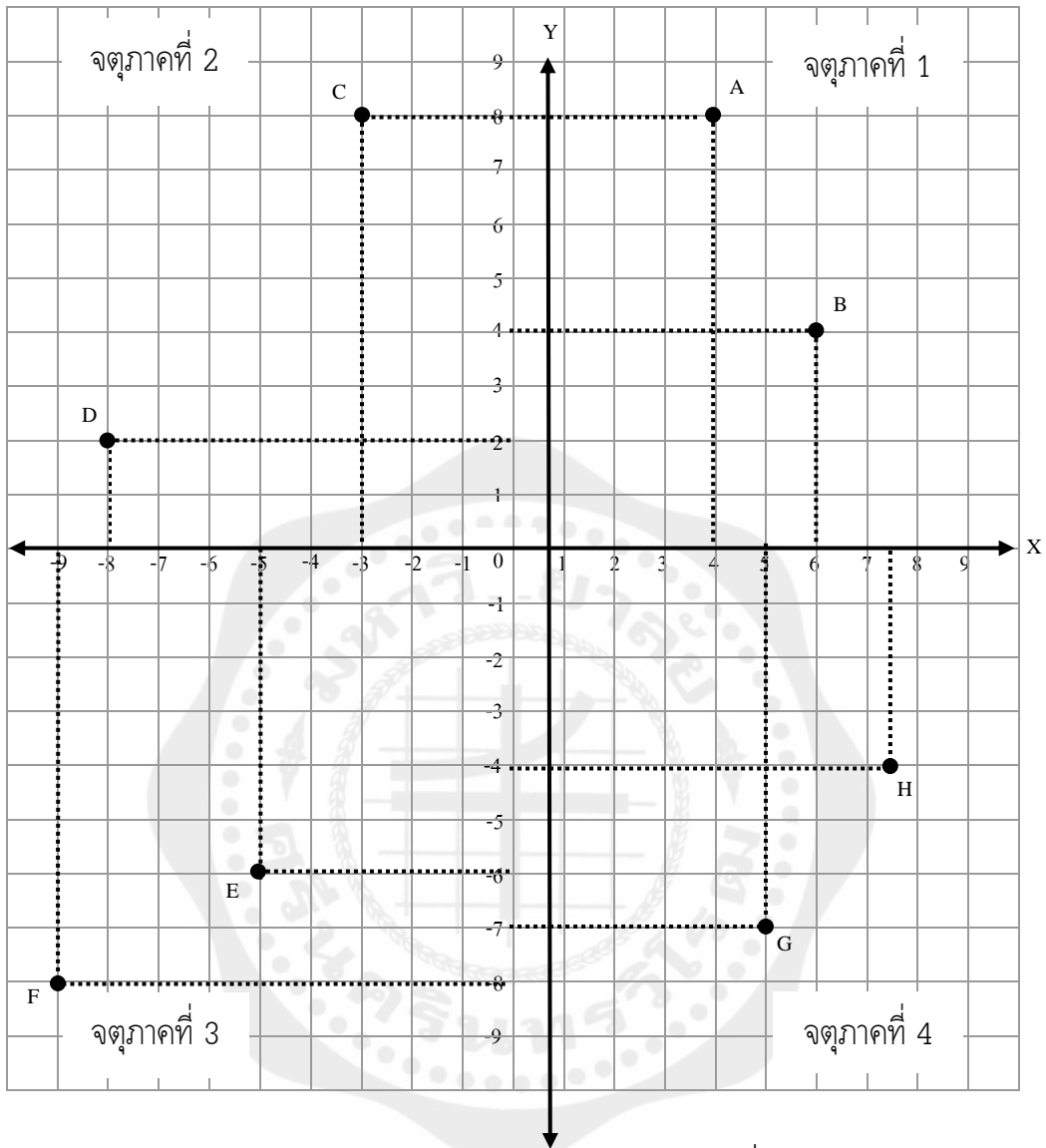
บนระนาบจำนวน เส้นจำนวนที่อยู่ในแนวนอนเรียกว่า แกน X และเส้นจำนวนที่อยู่แนวตั้งเรียกว่า แกน Y

เมื่อแทนคู่อันดับใดๆ ด้วยจุดบนระนาบจำนวน สมาชิกตัวหนึ่งของคู่อันดับแทนด้วยจำนวนที่อยู่บนแกนนอน และสมาชิกตัวที่สองของคู่อันดับแทนด้วยจำนวนที่อยู่บนแกนตั้ง โดยทั่วไปเราเขียนคู่อันดับใดๆ ในรูป (x, y) ดังนั้น แทน x ด้วยจำนวนที่อยู่บนแกน X และแทน y ด้วยจำนวนที่อยู่บนแกน Y

เมื่อ P เป็นจุดจุดหนึ่งบนระนาบจำนวนที่เป็นกราฟของ (x, y) จะกล่าวว่าจุด P มีพิกัดเป็น (x, y) และเขียนแทนด้วย $P(x, y)$



จงพิจารณารูปข้างต้นแล้วหาพิกัดของจุด P, Q, R และ S



จงหาพิกัดของจุด A , B , C , D , E , F , G และ H จากรูปที่กำหนดให้ข้างต้น

.....

.....

.....

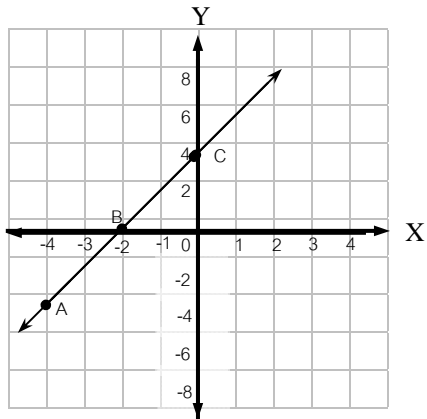
นักเรียนจะเห็นว่าแกนX และแกนY แบ่งระนาบจำนวนออกเป็นสี่ส่วน แต่ละส่วนเรียกว่า **จตุภาค** และกำหนดให้มีลำดับเป็นจตุภาคที่ 1 , จตุภาคที่ 2 , จตุภาคที่ 3 และจตุภาคที่ 4 ดังในรูปข้างบน

★ แบบฝึกหัดที่ 9 ★

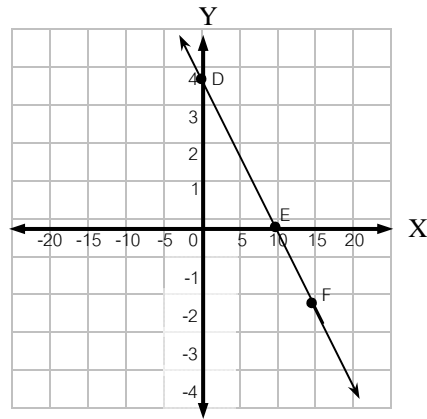
ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ข้อ 1. จากกราฟที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ จงเขียนพิกัดของจุดต่างๆ บนระนาบจำนวน

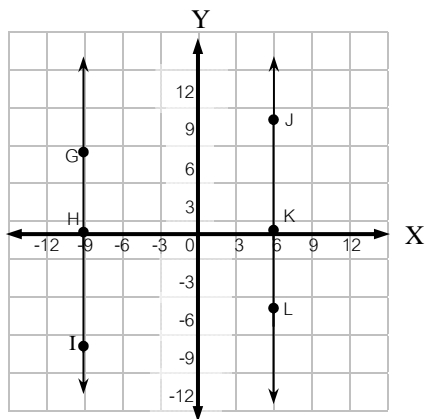
1)



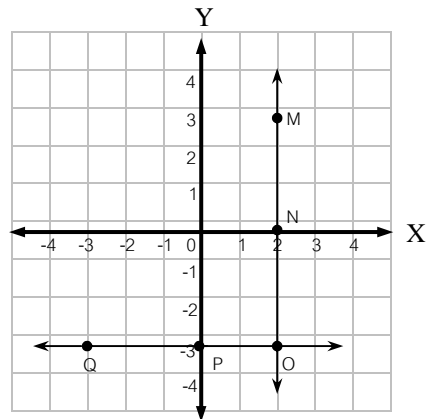
2)



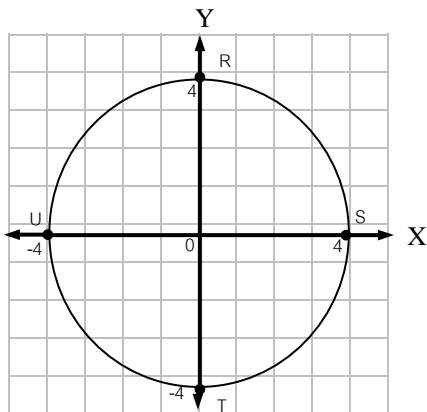
3)



4)



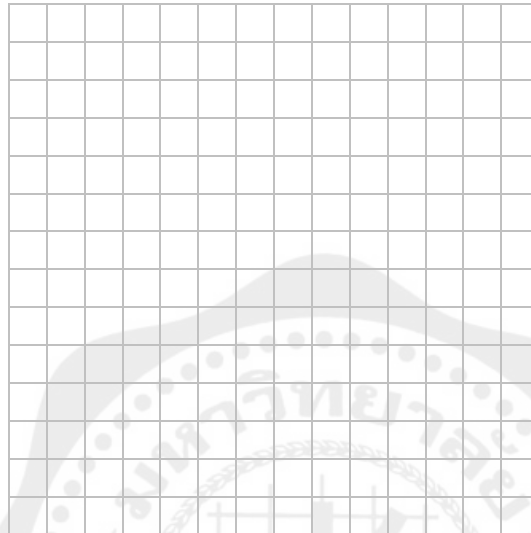
5)



ข้อ 2. จงลงจุด (x, y) จากค่า x และ y ในตารางต่อไปนี้บนระนาบจำนวน

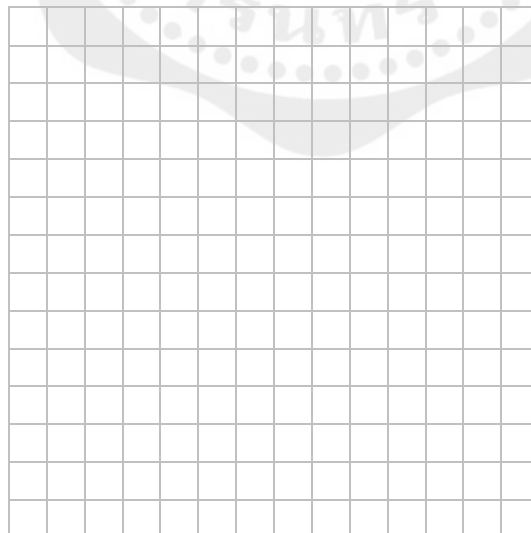
1)

x	3	0	-2	1	-4
y	4	5	3	-6	-2



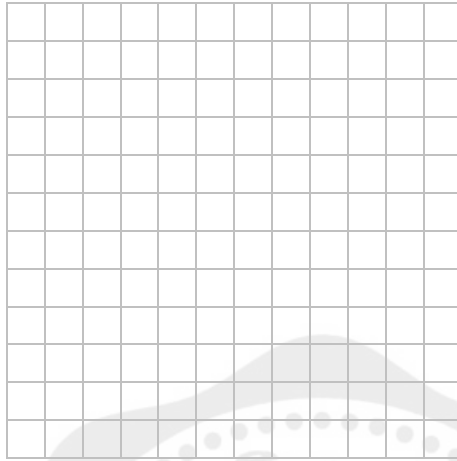
2)

x	-6	-5	-4	-3	-2
y	2	3	4	5	6



3) จงลงจุดต่อไปนี้บนระนาบจำนวน พร้อมทั้งลากเส้นตรงให้ผ่านจุดเหล่านั้น และสังเกต ตัวหลังของคู่อันดับเป็นอย่างไร

$(-1, 4), (-2, 4), (-3, 4), (0, 4), (1, 4), (2, 4)$

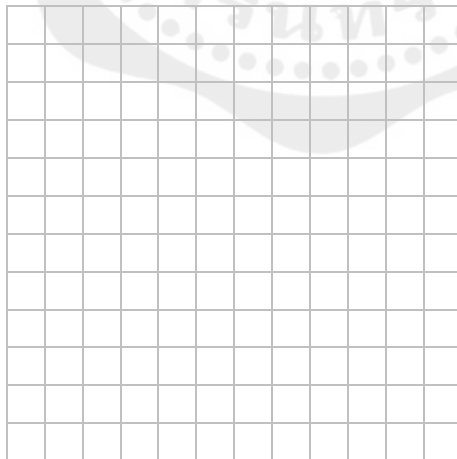


ผลของการสังเกต

.....
.....

4) จงลงจุดต่อไปนี้บนระนาบจำนวน พร้อมทั้งลากเส้นตรงให้ผ่านจุดเหล่านั้น และสังเกต ตัวหน้าของคู่อันดับเป็นอย่างไร

$(-5, 3), (-5, 2), (-5, 1), (-5, 0), (-5, -1), (-5, -2)$



ผลของการสังเกต

.....
.....
.....

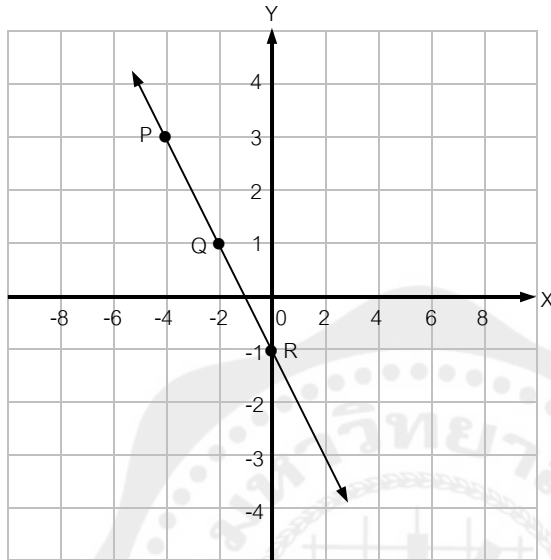
แบบฝึกหัดเพิ่มเติม 7



ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ (ลงในสมุด)

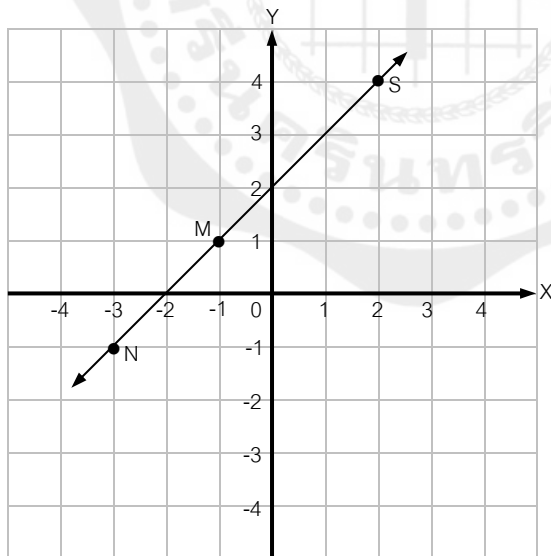
1. จงหาพิกัดของจุด P, Q, R, S, M และ N บนกราฟเส้นตรงในรูป

1)



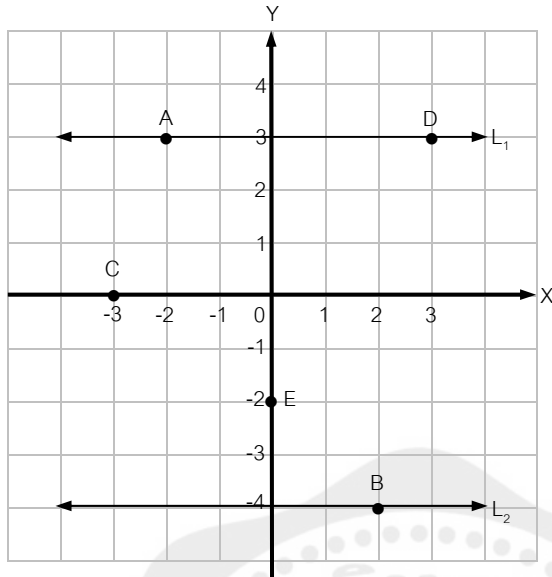
จุด P
จุด Q
จุด R

2)



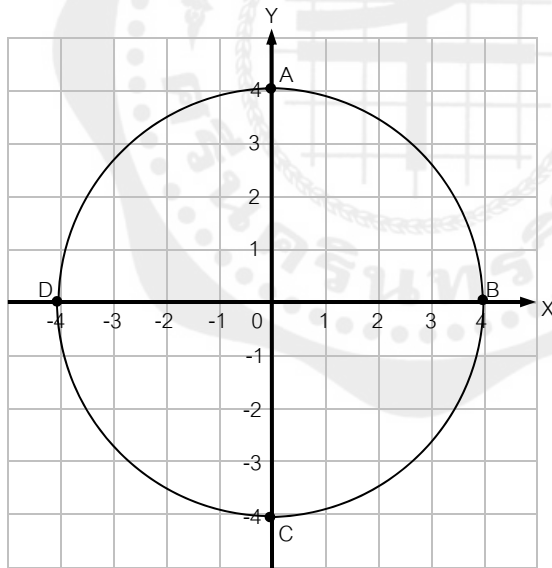
จุด S
จุด M
จุด N

2. จงหาพิกัดของจุด A , B , C , D และ E บนกราฟเส้นตรง L_1 และ L_2



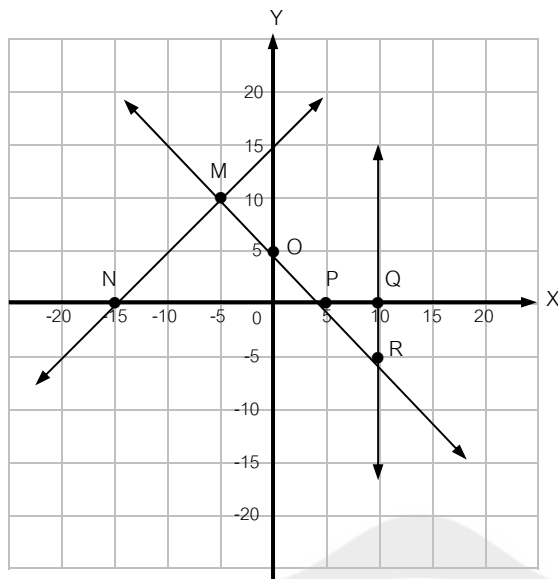
จุด A
จุด B
จุด C
จุด D
จุด E

3. จงหาพิกัดของจุด A , B , C และ D ซึ่งอยู่บนกราฟรูปวงกลม



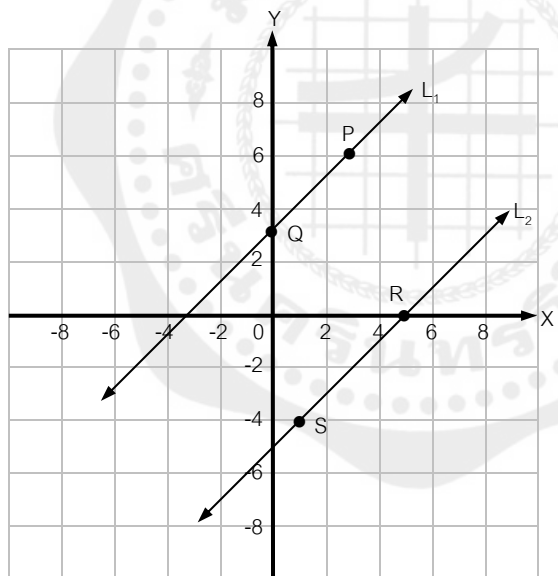
จุด A
จุด B
จุด C
จุด D

4. จงหาพิกัดของจุด M, N, O, P, Q และ R บนกราฟเส้นตรงในรูป



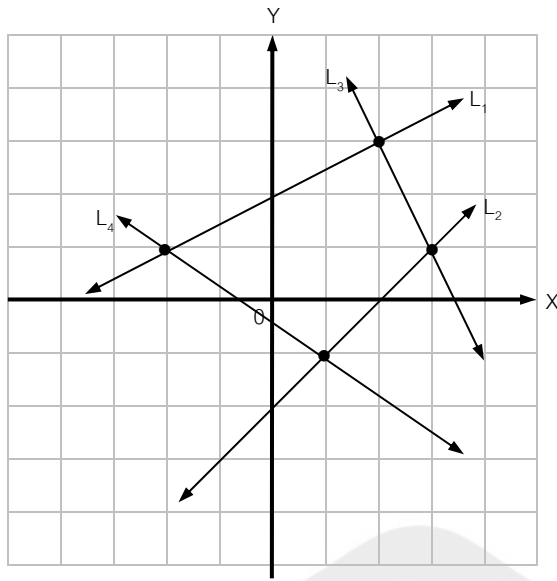
- จุด M
- จุด N
- จุด O
- จุด P
- จุด Q
- จุด R

5. จงเขียนพิกัดของจุด P, Q, R และ S ที่อยู่บนเส้นกราฟ L_1 และ L_2



- จุด P
- จุด Q
- จุด R
- จุด S

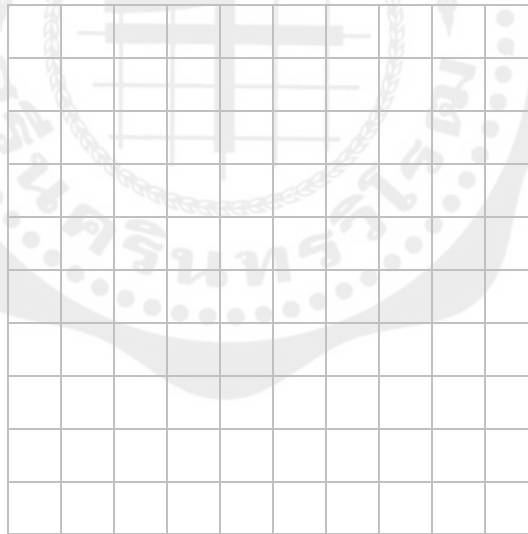
6. เส้นตรง L_1, L_2, L_3 และ L_4 ตัดกันที่จุดใดบ้าง



จุด
จุด
จุด
จุด

7. จงลงจุดต่อไปนี้บนระนาบจำนวน

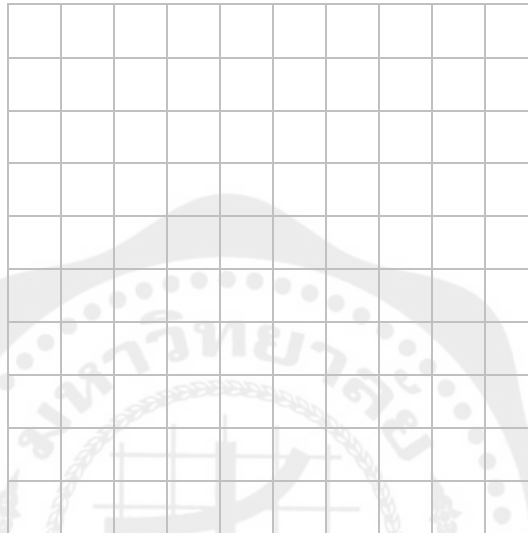
$A(-3, 2), B(0, 6), C(-4, -5), D(2, -3), E(-5, 0)$ และ $F(4, 4)$



8. จงลงจุด (x , y) จากค่า x และ y ในตารางต่อไปนี้ บนระนาบจำนวนพร้อมทั้งเขียนชื่อจุดกำกับด้วย

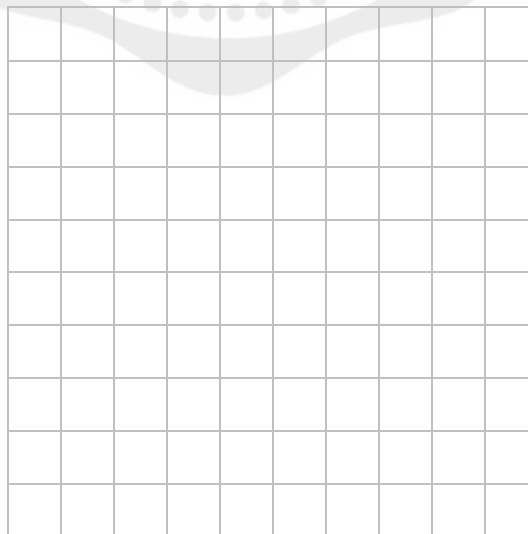
1)

x	0	1	-2	3	-4	-5	6
y	0	-1	2	-3	4	5	-6
ชื่อจุด	A	B	C	D	E	F	G



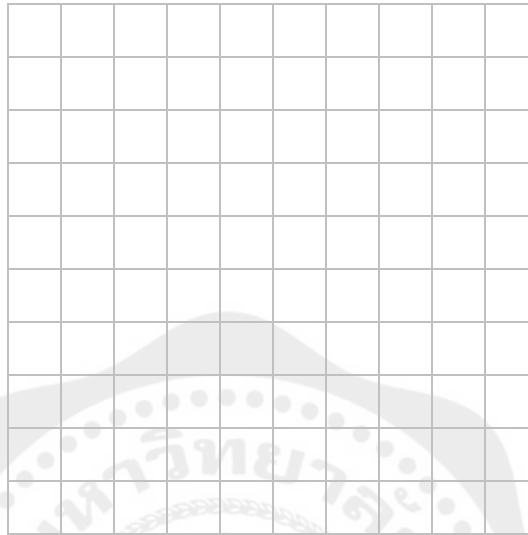
2)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-12	-9	-6	-3	0	3	6	9
ชื่อจุด	H	I	J	K	L	M	N	O



3)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8
ชื่อจุด	P	Q	R	S	T	U	V	W



9. ให้นักเรียนสอบถามน้ำหนักและส่วนสูงของเพื่อนในห้องเรียนจำนวน 10 คน แล้วบันทึกลงในตารางข้างล่าง พร้อมทั้งเขียนกราฟของคู่อันดับ

ชื่อ									
น้ำหนัก (กิโลกรัม)									
ส่วนสูง (เซนติเมตร)									

