เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

หน่วยที่ 1 เรื่อง แฟคทอเรียล ภาคเรียนที่ .....

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน 9 ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 1 คาบที่ 1 - 2

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของแฟคทอเรียลและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

สาระการเรียนรู้

__นิยาม__ เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟคทอเรียล n ถึง ผลคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง n แฟคทอเรียล n เขียนแทนด้วย n! อ่านว่า แฟคทอเรียลเอ็น หรือ เอ็นแฟคทอเรียล ก็ได้ และบางครั้งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\underline{|n}$

จากบทนิยาม $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$

หรือ $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$(n-r)! = (n-r) \cdot (n-r-1) \cdot (n-r-2) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

หรือ $n! = n \cdot (n-1)!$

ดังนั้น เมื่อ $n = 0$ จะได้ว่า $0! = 1$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถใช้และคำนวณเกี่ยวกับสัญลักษณ์แฟคทอเรียลได้
2. สามารถเขียนจำนวนที่อยู่ในรูปแฟคทอเรียลให้อยู่ในรูปที่ไม่มีแฟคทอเรียลได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ในวิชาคณิตศาสตร์เรียกสัญลักษณ์นี้ (!) *เรียกว่า แฟคทอเรียล*

จะได้ว่า

$1! = 1$

$2! = 1 \cdot 2$

$3! = 1 \cdot 2 \cdot 3$

$4! =$ ……………... *(1 · 2 · 3 · 4)*

$5! =$ ……………….. *(1 · 2 · 3 · 4 · 5)*

$n! =$ ……………….. *(1 · 2 · 3 · ... · (n-1) · n)*

หรือ $n! =$ ……………….. *(n · (n-1) · ... · 3 · 2 · 1)*

$(n+1)! = (n+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

0! คิดว่ามีค่าเป็นเท่าไร

จากแนวคิด

$n! = n.(n-1)!$ แทนค่า $n = 1$ จะได้ $1! = 1.1(1-1)! = 1.0!$ เนื่องจาก 1 เป็นเอกลักษณ์การคูณ ดังนั้น

$1 \cdot 0! = 0!$ ดังนั้น $1! = 0!$ และ $1! = 1$ แล้ว $0! = 1$

<u>ตัวอย่างที่ 1</u> จงหาค่าของ

$$\frac{10!}{7!}\ ,\ \frac{(n-2)!}{n!}\ ,\ \frac{5!8!}{3!}\ ,\ \frac{20!18!}{21!15!}\ ,\ \frac{(n+1)!}{(n-1)!}\ ,\ \frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!}$$

<u>วิธีทำ</u> (ใช้แนวคิด [$n! = n \cdot (n-1)!$])

$$\frac{10!}{7!} = \frac{10\cdot9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = 10\cdot9\cdot8$$

$$\frac{(n-2)!}{n!} = \frac{(n-2)!}{n\cdot(n-1)\cdot(n-2)!} = \frac{1}{n\cdot(n-1)}$$

$$\frac{5!8!}{3!} = \frac{5\cdot4\cdot3!}{3!}(8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1) = 5\cdot4\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1$$

$$\frac{20!18!}{21!15!} = \frac{20!}{21.20!}\,\frac{18.17.16.15!}{15!} = \frac{18\cdot17\cdot16}{21}$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1).n.(n-1)!}{(n-1)!} = (n+1)\cdot n = n^2+n$$

$$\frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!} = \frac{(n-1).(n-2)!.(n+2).(n+1).n!}{n!.(n-2)!} = (n-1)(n+2)(n+1) = (n^2-1)(n+2)$$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 1

วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

1. จงหาค่าของ

1) $\frac{10!}{7!}$ = ...	5) $\frac{n!}{(n-1)!}$ = ...
2) $\frac{9!}{13!}$ = ...	6) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$ = ...
3) $\frac{5!8!}{3!}$ = ...	7) $\frac{(n-2)!}{n!}$ = ...
4) $\frac{20!18!}{21!15!}$ = ...	8) $\frac{(n-1)!(n+2)!}{n!(n-2)!}$ = ...

2. จงหาค่าของ

ก. $\frac{13!}{11!}$ ข. $\frac{2!8!9!}{6!6!}$ ค. $\frac{9!}{3!7!}\times\frac{7!}{5!4!}$ ง. $\frac{n!}{(n-1)!}$ จ. $\frac{(n+2)!}{n!}$

ฉ. $\frac{n!}{(n-3)!}$ ช. $\frac{(n-3)!}{(n+2)!}$ ซ. $\frac{(n-1)!(n+1)!}{n!\times 2}$ ฌ. $\frac{(n+1)!(n-1)!(n-2)!}{n!}$

3. จงเขียนให้อยู่ในรูปแฟคทอเรียล

ก. $70\cdot 69\cdot 68\cdot 67$

ข. $11\cdot 12\cdot 13\cdot 14$

ค. $50\cdot 7\cdot 49\cdot 8\cdot 48\cdot 9$

ง. $n\cdot(n-1)\cdot(n-2)$

จ. $n\cdot(n+1)\cdot(n+2)\cdot(n+3)$

ฉ. $(n+1)\cdot(n+2)\cdot(n+3)\cdot\ldots\cdot(n+r)$

ช. $(2n+2)\cdot(2n+4)\cdot(2n+6)\cdot(2n+8)$

ซ. $(n^2-16)\cdot(n^2-9)\cdot(n^2-4)$

ฌ. $n(n^2-1)(n^2-4)(n^2-9)$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

หน่วยที่ 1 เรื่อง แฟคทอเรียล ภาคเรียนที่ .....

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 2 คาบที่ 3 - 4

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของแฟคทอเรียลและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

สาระการเรียนรู้

นิยาม เมื่อ n เป็นจำนวนเต็มบวก แฟคทอเรียล n ถึง ผลคูณของจำนวนเต็มบวก ตั้งแต่ 1 ถึง n แฟคทอเรียล n เขียนแทนด้วย n! อ่านว่า แฟคทอเรียลเอ็น หรือ เอ็นแฟคทอเรียล ก็ได้ และบางครั้งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ n

จากบทนิยาม $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n$

หรือ $n! = n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$

$(n-r)! = (n-r)\cdot(n-r-1)\cdot(n-r-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$

หรือ $n! = n\cdot(n-1)!$

ดังนั้น เมื่อ $n = 0$ จะได้ว่า $0! = 1$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถแก้สมการที่มีแฟคทอเรียลปรากฏอยู่ได้
2. นำความรู้เกี่ยวกับแฟคทอเรียลไปใช้ในการแก้ปัญหาได้

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>ตัวอย่างที่ 2</u> จงหาค่าของ n $\dfrac{(n+3)!}{(n+1)!} = 30$

<u>วิธีคิด</u> $\dfrac{(n+3)(n+2)(n+1)!}{(n+1)!} = 30$

$(n+3)(n+2) = 30$ ....(1)

$(n+3)(n+2) = 6\times 5$

จะได้ $n+3=6$ และ $n+2=5$ ดังนั้น $n=3$

จากสมการที่ 1 เนื่องจากจำนวนทางซ้ายของเครื่องหมาย “เท่ากับ” ในสมการที่ (1) เป็นผลคูณของจำนวนเต็มบวก 2 จำนวนที่ต่างกันอยู่ 1 ดังนั้นเราจึงพยายามเขียนจำนวนที่อยู่ทางขวาของเครื่องหมาย “เท่ากับ” ให้อยู่ในรูปผลคูณของจำนวนเต็มบวก 2 จำนวนที่ต่างกันอยู่ 1 เหมือนทางซ้าย นั่นคือ จะเขียนสมการ (1) ใหม่ เป็น $(n+3)(n+2) = 6\times 5$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

จากสมการที่ (1) มีวิธีคิดแบบอื่นอีก ที่สามารถหาค่าของ n ได้เหมือนกัน

ใช้วิธีการแก้สมการพหุนามดีกรี 2 จากสมการ (1) $(n+3)(n+2) = 30$ จะได้ว่า $n^2 + 5n + 6 = 30$
$n^2 + 5n - 24 = 0$ เพราะฉะนั้น $(n+8)(n-3) = 0$ ดังนั้น $n = -8$ หรือ $n = 3$ เนื่องจาก n เป็นจำนวนเต็มบวก
จึงได้คำตอบว่า $n = 3$

จงหาค่าของ n $\frac{n!}{(n-2)!} = 6$

=

=

จะได้ และ ดังนั้น n =

จงหาค่าของ n $\frac{n!}{(n-3)!} =$

=

=

จะได้ และ ดังนั้น n =

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 2

จงหาค่า n จากสมการต่อไปนี้

1. $(n + 2) \cdot (n + 3) = 72$
2. $(n - 1) \cdot (n - 2) = 110$
3. $n(n + 1)(n + 2) = 720$
4. $(n - 1)(n - 2)(n - 3) = 1716$
5. $(n - 1)n(n + 1) = 4080$
6. $n(n - 1)(n - 2)(n - 3) = 840$
7. $\dfrac{n!}{(n-2)!} = 930$
8. $\dfrac{n!8!}{(n-10)!} = \dfrac{n!10!}{(n-8)!}$
9. $\dfrac{(n+3)!}{(n+1)!} = 56$
10. $2\dfrac{(n+4)!}{(n-2)!} = \dfrac{(n+5)!}{(n-1)!}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

หน่วยที่ 1 เรื่อง แฟคทอเรียล ภาคเรียนที่ .....

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 3 – 4 คาบที่ 5 - 8

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

เข้าใจความหมายของแฟคทอเรียลและสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

สาระการเรียนรู้

นิยาม Permutation (P) and Combination (C)

- $^{n}P_{r} = P_{(n,r)} = {}_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$ โดยที่ $0 \le r \le n$
- $^{n}C_{r} = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$ โดยที่ $0 \le r \le n$

คุณสมบัติที่สำคัญ

- $^{n}C_{r} = {}^{n}C_{n-r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$
- $^{n}C_{n} = {}^{n}C_{0}$
- $^{n}C_{r} + {}^{n}C_{r-1} = {}^{n+1}C_{r}$
- $^{n}C_{r} = \frac{^{n}P_{r}}{r!}$
- ถ้า $^{n}C_{r} = {}^{n}C_{k}$ แล้ว จะได้ว่า $r = k$ หรือ $r + k = n$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถใช้และคำนวณเกี่ยวกับ Permutation (P) and Combination (C) ได้
2. สามารถแก้สมการที่มี Permutation (P) and Combination (C) ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 3 จงหาค่าของ $^{6}P_{4}$ $^{n+1}P_{2}$ $^{6}C_{4}$ $^{n+1}C_{2}$

วิธีทำ

$$^{6}P_{4} = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6\times5\times4\times3$$

$$^{n+1}P_{2} = \frac{(n+1)!}{((n+1)-2)!} = \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = (n+1)\cdot n$$

$$^{6}C_{4} = \frac{6!}{(6-4)!\cdot 4!} = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

$$^{n+1}C_{2} = \frac{(n+1)!}{((n+1)-2)!\cdot 2!} = \frac{(n+1)!}{(n-1)!2!} = \frac{(n+1)\cdot n}{2}$$

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

จงหาค่าของ

ข้อ 1 $P(n,2) = 56$

วิธีทำ $\frac{n!}{(n-2)!} = 56$

………….. = 56

…………... = (8)(7)

$\therefore$ n = 8 หรือ n - 1 = 7

ดังนั้น n =

ข้อ 4 $P(n,n) = P(n,n-1)$

วิธีทำ …………. = ……………….

$\frac{n!}{0!} = \frac{n!}{1!}$

$n! = n!$ ($0!=1$, $1!=1$)

ดังนั้น n เป็นจำนวนนับ

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 3

จงหาค่าของ

1. $P(n,2) = 56$
2. $P(n,3) = 336$
3. $P(n,4) = 120$
4. $P(n,n) = P(n,n-1)$
5. $P(n,n) = 6 \cdot P(n,n-3)$
6. $3 \cdot P(n,4) = P(n-1,5)$
7. $5P(n,3) = 4P(n+1,3)$
8. $P(n,5) = 20P(n,3)$
9. $P(n,r) = (n-r+1)P(n,r-1)$
10. $P(n,n) - P(n-1,n-2) = (n-1)^2 P(n-2,n-3)$
11. $P(2n+1,n-1) : P(2n-1,n) = 3:5$
12. $P(10,n-1) : P(11,n-2) = 30:11$
13. ${}^{n}C_{7} = {}^{n}C_{5}$
14. ${}^{18}C_{n} = {}^{18}C_{n+2}$
15. ${}^{n+2}C_{n} = 45$
16. ${}^{2n}C_{3} : {}^{n}C_{2} = 4$
17. ${}^{n+2}C_{8} : {}^{n-2}C_{4} = 9:5$
18. ${}^{n}C_{r-1} : {}^{n}C_{r} : {}^{n}C_{r+1} = 3:4:5$
19. ${}^{n-2}C_{2} + {}^{n-3}C_{2} + {}^{n-4}C_{2} = 10$
20. $P(n,r) = P(n,r+1)$; ${}^{n}C_{r} = {}^{n}C_{r-1}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่

หน่วยที่ 1 เรื่อง กฎเกณฑ์การนับเบื้องต้น ภาคเรียนที่ …..

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 5 – 6 คาบที่ 9 - 12

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

แก้โจทย์ปัญหาโดยใช้กฎเกณฑ์เบื้องต้นเกี่ยวกับการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยนและวิธีจัดหมู่ได้

สาระการเรียนรู้

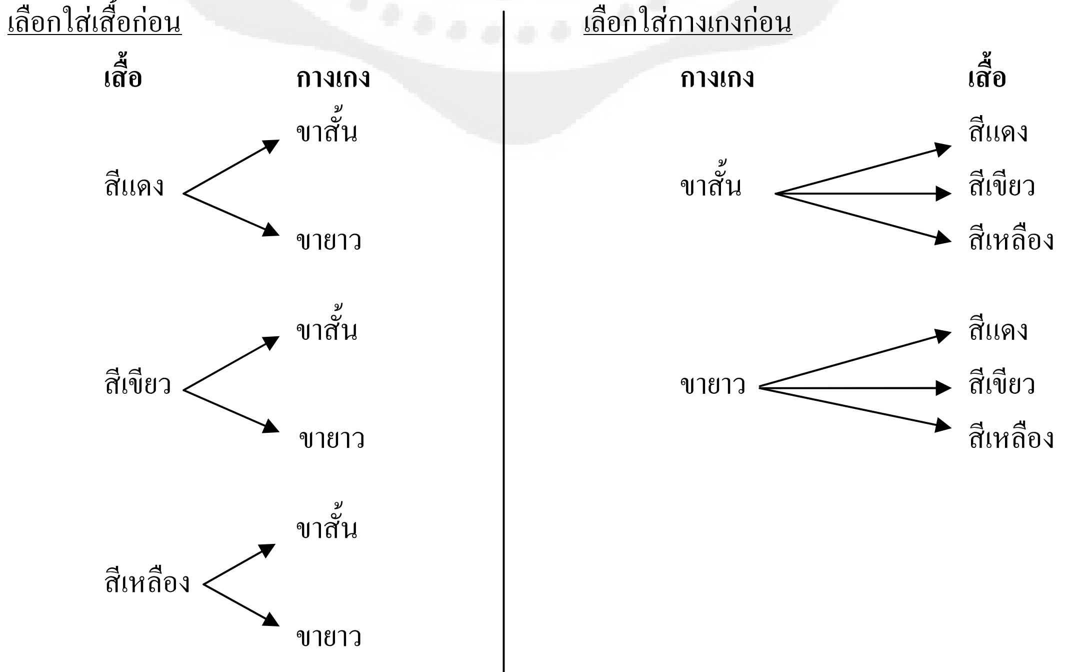
1. การเลือกสิ่งของ 1 สิ่งจากเซต A จะมีวิธีเลือกเท่ากับ **n(A) วิธี**
2. การเลือกสิ่งของเซตละ 1 ชิ้นจากเซต A_1 และเซต A_2 จะมีวิธีเลือก
   เท่ากับ $\mathbf{n(A_1) \times n(A_2)}$ **วิธี**
3. การเลือกสิ่งของจากหลายเซตๆละ 1 สิ่งจากเซต $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_k$ เซต จะมีวิธีเลือก
   เท่ากับ $\mathbf{n(A_1) \times n(A_2) \times n(A_3) \times \ldots \times n(A_k)}$ **วิธี**
4. การเลือกสิ่งของ 1 สิ่ง จากเซต A_1 หรือเซต A_2 จะมีวิธีเลือก
   เท่ากับ $\mathbf{n(A_1) + n(A_2)}$ **วิธี**

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. สามารถใช้หลักการคำนวณวิธีเขียนแผนภาพต้นไม้แก้ปัญหาได้
2. สามารถใช้กฎเกณฑ์การนับเบื้องต้นในการหาจำนวนเหตุการณ์อย่างง่ายได้

กิจกรรมการเรียนรู้

สมมตินักเรียนมีเสื้อที่ชอบใส่ 3 ตัว และกางเกงตัวโปรด 2 ตัว นักเรียนจะมีวิธีใส่เสื้อ และกางเกง ได้กี่วิธี นักเรียนว่าจะเลือกใส่เสื้อและกางเกงก่อน



Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

- นักเรียนสังเกตว่าถ้าเรามองเป็นเซตของเสื้อ และเซตของกางเกง แล้วนักเรียนเขียนออกมาในรูปของความสัมพันธ์

โดยให้ A แทน เซตของเสื้อ และ B แทน เซตของกางเกง จะได้

ผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$ = { (แดง,ขาสั้น) ,(แดง,ขายาว) , (เขียว,ขาสั้น) , (เขียว,ขายาว) , (เหลือง,ขาสั้น), (เหลือง,ขายาว) }

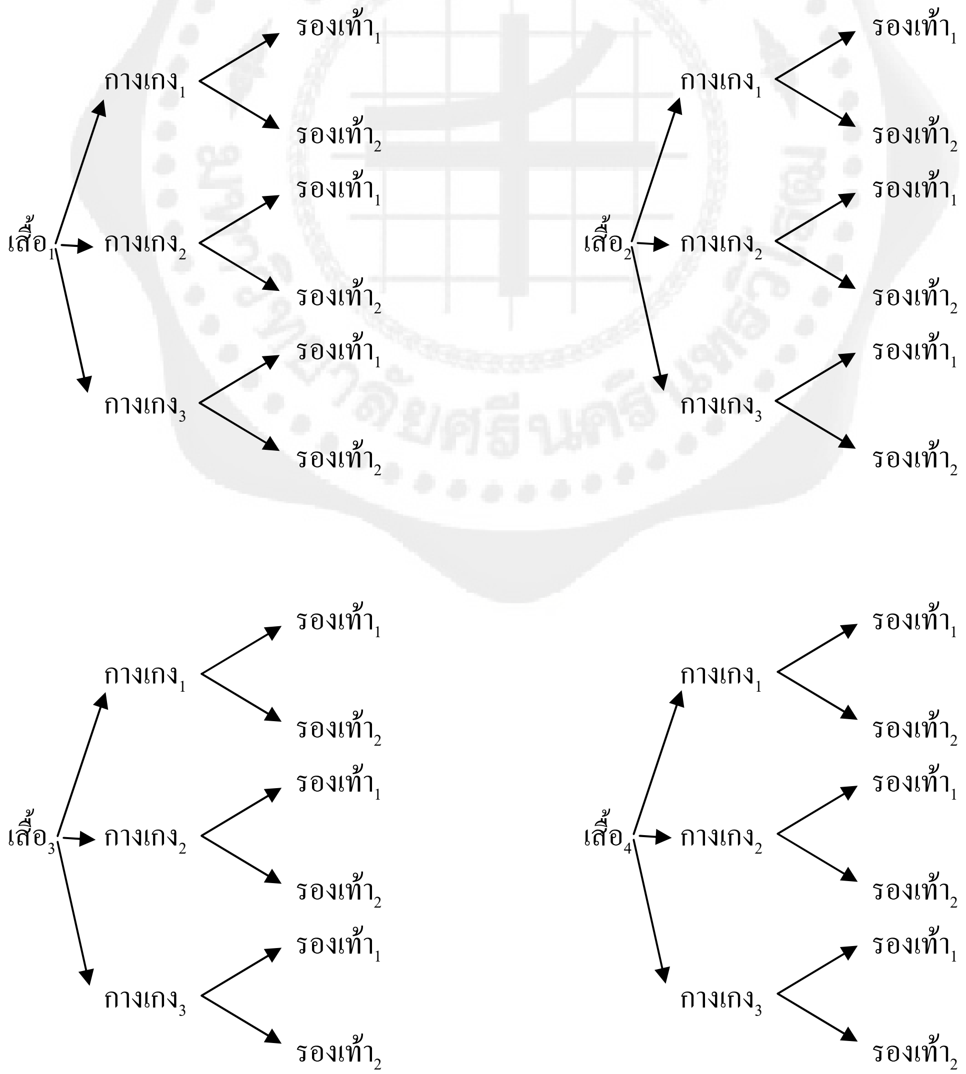
ผลคูณคาร์ทีเซียน $B \times A$ = { (ขาสั้น,แดง) , (ขาสั้น,เขียว) , (ขาสั้น,เหลือง) , (เขายาว,แดง) , (ขายาว,เขียว) , (ขายาว,เหลือง) }

- จำนวนสมาชิกของเซตของความสัมพันธ์ข้างต้น (6)
- นักเรียนว่าเลข 6 สัมพันธ์กับเซต A และเซต B อย่างไร (เกิดจากจำนวนสมาชิกในเซตของเสื้อและเซตของกางเกงคูณกัน ดังนั้นจะมีวิธีใส่เสื้อและกางเกงทั้งหมด = 3 x 2 = 6 วิธี)

สมมติว่านักเรียนมีเสื้อเชิ้ตสีต่างกัน 4 ตัว กางเกงต่างกัน 3 ตัว และรองเท้าต่างกัน 2 คู่ นักเรียนจะมีวิธีใส่เสื้อกางเกงและรองเท้าได้กี่วิธี

- นักเรียนว่าจะเลือกใส่เสื้อ กางเกง หรือ รองเท้าก่อน

สมมตินักเรียนเลือกเสื้อ แล้วตามด้วยกางเกง และสุดท้ายคือรองเท้าจะได้



Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

- นักเรียนสังเกตว่าถ้าเรามองเป็นเซตของเสื้อ เซตของกางเกง และเซตของรองเท้า แล้วให้นักเรียนเขียนออกมาในรูปของความสัมพันธ์

โดยให้ A แทน เซตของเสื้อ B แทน เซตของกางเกง และ C แทน เซตของรองเท้า จะได้ว่า ผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B \times C =$ { (เสื้อ$_1$,กางเกง$_1$,รองเท้า$_1$) , (เสื้อ$_1$,กางเกง$_1$,รองเท้า$_2$) , (เสื้อ$_1$,กางเกง$_1$,รองเท้า$_3$) , (เสื้อ$_1$,กางเกง$_1$,รองเท้า$_4$) , (เสื้อ$_1$,กางเกง$_2$,รองเท้า$_1$) , (เสื้อ$_1$,กางเกง$_3$,รองเท้า$_1$) , ... , (เสื้อ$_4$,กางเกง$_3$,รองเท้า$_2$) }

- จำนวนสมาชิกของเซตของความสัมพันธ์ (24)
- นักเรียนว่าเลข 24 สัมพันธ์กับเซต A เซต B และเซต C อย่างไร

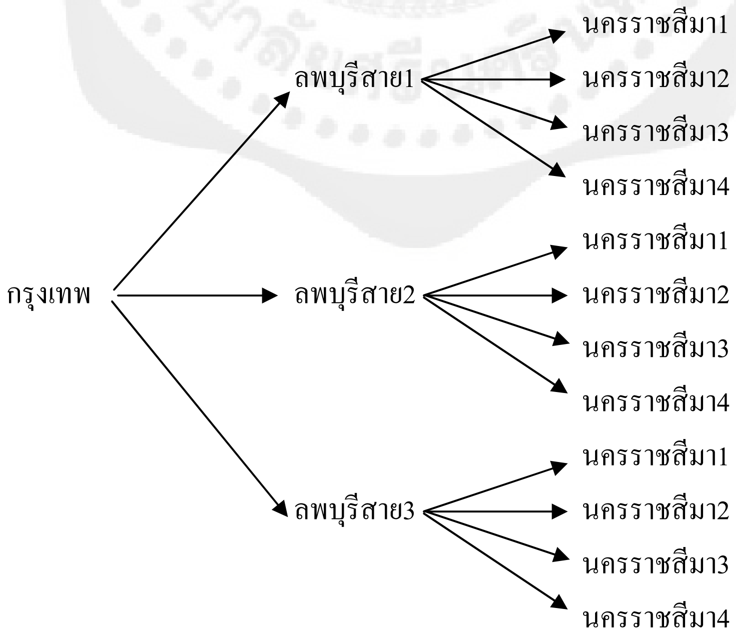
(เกิดจากจำนวนสมาชิกในเซตของเสื้อ เซตของกางเกง และเซตของรองเท้าคูณกัน ดังนั้นจะมีวิธีใส่เสื้อ กางเกงและรองเท้า ทั้งหมด = 4 x 3 x 2 = 24 วิธี)

นักเรียนสามารถสรุปกฎเกณฑ์การนับเบื้องต้น ได้ดังนี้

- ➢ การเลือกสิ่งของ 1 สิ่งจากเซต A จะมีวิธีเลือกเท่ากับ **n(A) วิธี**
- ➢ การเลือกสิ่งของเซตละ 1 ชิ้นจากเซต A_1 และเซต A_2 จะมีวิธีเลือกเท่ากับ **$n(A_1) \times n(A_2)$ วิธี**
- ➢ การเลือกสิ่งของจากหลายเซตๆละ 1 สิ่งจากเซต $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_k$ เซต จะมีวิธีเลือกเท่ากับ **$n(A_1) \times n(A_2) \times n(A_3) \times \ldots \times n(A_k)$ วิธี**

<u>ตัวอย่างที่ 4</u> มีถนนจากกรุงเทพฯ ถึงลพบุรี 3 สาย และมีถนนจากลพบุรีถึงนครราชสีมาอยู่ 4 สาย ถ้าจะขับรถยนต์จากกรุงเทพฯ ถึงนครราชสีมาโดยขับผ่านลพบุรี จะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้หมดกี่เส้นทาง เขียนภาพแสดงการเดินทางเพื่อตรวจคำตอบด้วย

<u>วิธีทำ</u> สามารถเขียนเป็นแผนภาพต้นไม้



ดังนั้นจะใช้เส้นทางที่ต่างกันได้ทั้งหมด = 3 x 4 = 12 เส้นทาง

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

- ความสัมพันธ์ที่เกิดขึ้นจากแผนภาพต้นไม้สามารถเขียนเป็นเซตของคู่ลำดับได้ดังนี้

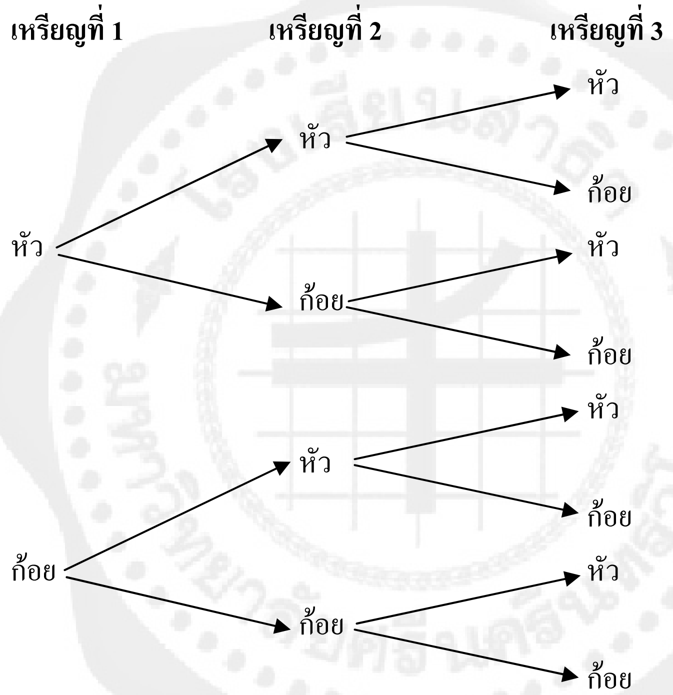
  { (กทม,ลพบุรี$_1$,นครราชสีมา$_1$) , (กทม,ลพบุรี$_1$,นครราชสีมา$_2$),(กทม,ลพบุรี$_1$,นครราชสีมา$_3$) ,(กทม ,ลพบุรี$_1$,นครราชสีมา$_4$) , (กทม,ลพบุรี$_2$,นครราชสีมา$_1$) , ... , (กทม,ลพบุรี$_3$,นครราชสีมา$_4$) }

  มีจำนวนสมาชิกทั้งหมด 12 วิธี
- นักเรียนว่า เลข 12 สัมพันธ์กับจำนวนเส้นทางในแต่ละจังหวัดอย่างไร (12 เกิดจาก 3×4)

ตัวอย่างที่ 5 ถ้าโยนเหรียญบาท 1 เหรียญ 3 ครั้ง จะได้ผลต่างๆกันทั้งหมดกี่วิธี อะไรบ้าง และจงเขียนแผนภาพต้นไม้เพื่อตรวจสอบคำตอบ

วิธีทำ

สามารถเขียนแผนภาพได้ดังนี้



ดังนั้นจะได้จำนวนวิธีทั้งหมด = 2 x 2 x 2 = 8 วิธี

- นักเรียนว่าเลข 8 สัมพันธ์กับจำนวนผลลัพธ์ในครั้งที่ 1 , 2 และ 3 อย่างไร

  (12 เกิดจาก 2 x 2 x 2)

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ตัวอย่างที่ 6 อาหารคาว 7 ชนิด ของหวาน 3 ชนิด ถ้าต้องการรับประทานอาหารคาวหรือหวานก็ได้ 1 ชนิด จะรับประทานได้กี่วิธี

วิธีทำ นักเรียนคิดว่าการเลือกในตัวอย่างนี้มีกรณี

(2 กรณี คือ กรณีเลือกอาหารคาวและเลือกอาหารหวาน)

กรณีเลือกอาหารคาวจะเลือกได้ 7 ชนิด ดังนั้น จะได้ $n(A) = 7$

กรณีเลือกอาหารหวานจะเลือกได้ 3 ชนิด ดังนั้น จะได้ $n(B) = 3$

ถ้าในการคิดแบบแบ่งเป็นกรณี การหาจำนวนวิธีทั้งหมด ให้นำจำนวนวิธีแต่ละกรณีมาบวกกัน

ดังนั้น จำนวนวิธีทั้งหมดในข้อนี้ = 7 + 3 = 10 วิธี

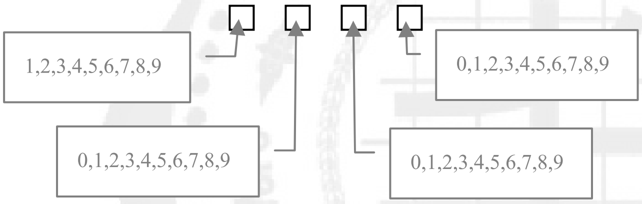
จากตัวอย่างว่ามีวิธีการคิดต่างจากตัวอย่างอื่น ๆ อย่างไร

(การเลือกสิ่งของ 1 สิ่ง จากเซต A_1 หรือเซต A_2 จะมีวิธีเลือก เท่ากับ $\mathbf{n(A_1) + n(A_2)}$ วิธี)

ยกตัวอย่างเกี่ยวกับการจัดเรียงตัวเลข ดังนี้

1) **จำนวนเต็มบวก**ซึ่งมี 4 หลักมีทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ



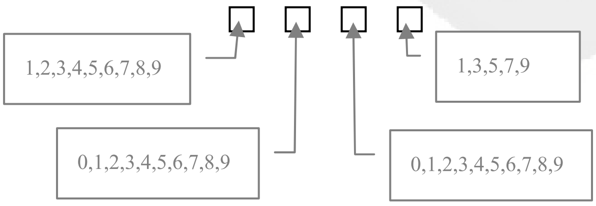
ให้นักเรียนพิจารณาแต่ละหลัก ดังนี้

- หลักหน่วยมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (10)
- หลักสิบมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (10)
- หลักร้อยมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (10)
- หลักพันมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (9 เพราะถ้าเป็นเลข 0 จะได้เลขเพียง 3 หลัก)

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกซึ่งมี 4 หลักมีทั้งหมด = 9 x 10 x 10 x 10 = 9,000 จำนวน

2) **จำนวนคี่บวก**ซึ่งมี 4 หลักมีทั้งหมดกี่จำนวน

วิธีทำ



โจทย์ข้อนี้มีเงื่อนไขอะไรเพิ่มเติม (จำนวนคี่)

เลขจำนวนคี่ดูจากอะไร (หลักหน่วยต้องเป็นเลขคี่)

ให้นักเรียนพิจารณาแต่ละหลัก ดังนี้

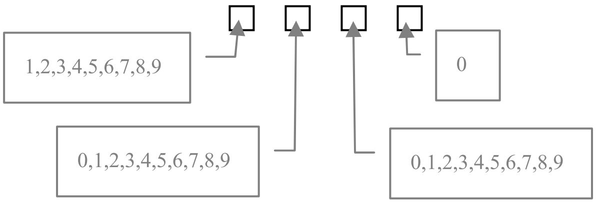
- หลักหน่วยมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (5)
- หลักพันมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (9)
- หลักร้อยมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (10)

ดังนั้น จำนวนคี่บวกซึ่งมี 4 หลักมีทั้งหมด = 9 x 10 x 10 x 5 = 4,500 จำนวน

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

3) จำนวนเต็มบวกซึ่งมี 4 หลักและหลักหน่วยเป็น 0 มีทั้งหมดกี่จำนวน

<u>วิธีทำ</u>



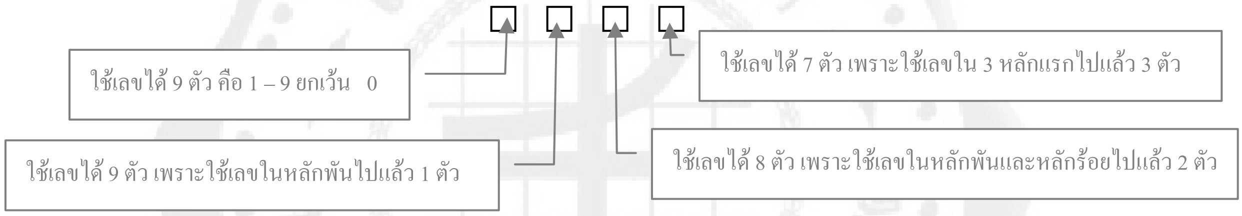
โจทย์ข้อนี้มีเงื่อนไขอะไรเพิ่มเติม (หลักหน่วยต้องเป็น 0)
ให้นักเรียนพิจารณาแต่ละหลัก ดังนี้

- หลักหน่วยมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (1)
- หลักพันมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (9)
- หลักร้อยมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (10)
- หลักสิบมีเลขที่เป็นไปได้กี่จำนวน (10)

ดังนั้น จำนวนเต็มบวกซึ่งมี 4 หลักและหลักหน่วยเป็น 0 มีทั้งหมด = 9 x 10 x 10 x 1 = 900 จำนวน

4) จากเลข 0 – 9 สามารถสร้างเลข 4 หลัก โดยห้ามใช้เลขซ้ำกัน ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

<u>วิธีทำ</u> โจทย์ข้อนี้มีเงื่อนไขอะไรเพิ่มเติม (ห้ามใช้เลขซ้ำ)



ดังนั้น สามารถสร้างเลข 4 หลัก โดยห้ามใช้เลขซ้ำกัน ได้ทั้งหมด = 9 x 9 x 8 x 7 = 4,536 จำนวน

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

5) จากเลข 0 – 9 สามารถสร้างเลขจำนวนคู่ 4 หลัก โดยห้ามใช้เลขซ้ำกัน ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

<u>วิธีทำ</u> โจทย์ข้อนี้มีเงื่อนไขอะไรเพิ่มเติม (ห้ามใช้เลขซ้ำ และเป็นจำนวนคู่)

ต้องการเลขเป็นจำนวนคู่ ดังนั้น ต้องพิจารณาที่หลักหน่วยก่อน ซึ่งเลขที่ใช้ได้ คือ 0 , 2 , 4 , 6 , 8

* * ให้นักเรียนพิจารณาที่เลข 0 ถ้าเลข 0 อยู่ในหลักหน่วย หลักพันจะใช้เลขได้ 9 ตัว แต่ถ้าเลข 0 ไม่อยู่ในหลักหน่วย หลักพันจะใช้เลขได้เพียง 8 ตัว คือ ยกเว้น 0 และเลขที่ใช้ในหลักหน่วย

ดังนั้น ในการคิดข้อนี้ต้องแบ่งเป็นกรณี ดังนี้

<u>กรณีที่ 1</u> เลข 0 อยู่ในหลักหน่วย จะได้

□ □ □ □

ใช้เลขได้ 9 ตัว คือ 1 – 9 ยกเว้น 0

ใช้เลขได้ 8 ตัว เพราะใช้เลขในหลักพัน และหลักหน่วยไปแล้ว 2 ตัว

ใช้เลขได้ 7 ตัว เพราะใช้เลขในหลักหน่วย หลักพัน และหลักร้อย ไปแล้ว 3 ตัว

เลข 0

ดังนั้น ได้จำนวนวิธี = 9 x 8 x 7 x 1 = 504 จำนวน

<u>กรณีที่ 2</u> เลข 0 ไม่อยู่ในหลักหน่วย จะได้

□ □ □ □

ใช้เลขได้ 8 ตัว คือ ยกเว้น 0 และเลขที่ใช้ในหลักหน่วยแล้ว

ใช้เลขได้ 8 ตัว เพราะใช้เลขในหลักพัน และหลักหน่วยไปแล้ว 2 ตัว

ใช้เลขได้ 7 ตัว เพราะใช้เลขในหลักหน่วย หลักพัน และหลักร้อย ไปแล้ว 3 ตัว

2 , 4 , 6 , 8

ดังนั้น ได้จำนวนวิธี = 8 x 8 x 7 x 4 = 1,792 จำนวน

ดังนั้น สามารถสร้างเลขจำนวนคู่ 4 หลัก โดยห้ามใช้เลขซ้ำกัน ได้ทั้งหมด = 504 + 1,792 = 2,296 จำนวน

จากตัวอย่างข้างต้น จะทำให้นักเรียนเห็นถึงความแตกต่างระหว่าง การใช้เลขซ้ำได้ กับการห้ามใช้เลขซ้ำ

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 4

1. โรงเรียนแห่งหนึ่งจัดอาหารกลางวันโดยให้นักเรียนเลือกอาหารคาวได้หนึ่งอย่างและขนมได้หนึ่งอย่าง ถ้าโรงเรียนจัดอาหารคาว 4 อย่าง และขนม 5 อย่าง นักเรียนจะมีวิธีเลือกอาหารกลางวันได้ทั้งหมดกี่วิธี
2. ในการทอดลูกเต๋าหนึ่งลูก จะปรากฏผลได้กี่วิธี
3. ในการทอดลูกเต๋าสองลูกพร้อมกัน 1 ครั้ง จะปรากฏผลได้กี่วิธี
4. ในการทอดลูกเต๋า n ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง จะปรากฏผลได้กี่วิธี
5. เมื่อโยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ จะปรากฏผลได้กี่วิธี
6. เมื่อโยนเหรียญบาทสองเหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง จะปรากฏผลได้กี่วิธี
7. เมื่อโยนเหรียญบาท n เหรียญ พร้อมกัน 1 ครั้ง จะปรากฏผลได้กี่วิธี
8. นักเรียนคนหนึ่งมีเสื้อและกางเกงสำหรับสวมไปเที่ยวอยู่ 7 ตัว และ 4 ตัว ตามลำดับ เขาจะสวมเสื้อและกางเกงไปเที่ยวเป็นชุดต่าง ๆ กันได้กี่ชุด
9. สนามกีฬาแห่งหนึ่งมีประตูเข้าออก 10 ประตู ถ้าคนๆ หนึ่งจะเดินเข้าและออกจากสนามกีฬาแห่งนั้นทำได้กี่วิธี ถ้า
   1) เข้าประตูใดและออกประตูใดก็ได้
   2) เข้าและออกจากสนามกีฬา โดยไม่ซ้ำประตูเดิม
   3) เข้าประตูใดต้องออกประตูนั้น
10. มีลูกบอลที่แตกต่างกัน 4 ลูก ต้องการนำลูกบอลเหล่านี้ไปใส่ในกล่อง 5 กล่อง ที่แตกต่างกัน อยากทราบว่าจะมีวิธีการใส่ลูกบอลทั้ง 4 ลูกกี่วิธี เมื่อ
    1) ลูกบอลแต่ละลูกจะใส่ในกล่องใดก็ได้
    2) กล่องแต่ละใบจะรับลูกบอลได้ไม่เกิน 1 ลูก
    3) ลูกบอลทั้ง 4 ลูกอยู่ในกล่องใบเดียวกัน
    4) ลูกบอลแต่ละลูกอาจจะอยู่ในกล่องเดียวกันได้ แต่จะอยู่ในกล่องเดียวกันทั้ง 4 ลูกไม่ได้
11. ต้องการเลือกหนังสือ 3 เล่ม ชนิดละ 1 เล่ม จากภาษาไทย 3 เล่ม ภาษาอังกฤษ 4 เล่ม และภาษาฝรั่งเศส 2 เล่ม ทุกเล่มแตกต่างกันได้ทั้งหมดกี่วิธี
12. ประตูเข้าโรงภาพยนตร์แห่งหนึ่งมี 5 ประตู ประตูออกมี 3 ประตู ชายคนหนึ่งจะเข้าและออกโรงภาพยนตร์นี้จะได้ทั้งหมดกี่วิธี
13. ต้องการเลือกกรรมการผสม ชาย 1 คน หญิง 1 คน จากชาย 5 คน หญิง 7 คน ได้กี่วิธี
14. มีกางเกง 3 ตัว เสื้อ 4 ตัว และรองเท้า 5 คู่ เขาจะมีการแต่งตัวกี่วิธี
15. ต้องการซื้อกระเป๋าเดินทาง 1 ใบ แต่มีให้เลือกดังนี้ มีทั้งหมด 5 แบบ แต่ละแบบมี 3 สี แต่ละสีมี 4 ขนาด จะเลือกได้ทั้งหมดกี่วิธี
16. นก 3 ตัว จะมีวิธีเกาะกิ่งไม้ 5 กิ่ง ได้กี่วิธี

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

17. มีจดหมาย 5 ฉบับ จะนำไปทิ้งในตู้ไปรษณีย์ 3 ตู้ได้กี่วิธี
18. โยนเหรียญ 10 อัน 1 ครั้ง จะเกิดหน้าต่าง ๆ ได้กี่แบบ
19. โยนลูกเต๋า 1 ลูก 3 ครั้ง จะเกิดหน้าต่าง ๆ ได้กี่แบบ
20. คำโดยใช้อักษร 5 ตัว จากคำว่า ALGEBRO ได้กี่คำ โดยที่อักษรทั้ง 5 ตัวไม่ซ้ำกันและคำที่สร้างจะมีความหมายหรือไม่ก็ได้
21. มีหมวกแบบต่าง ๆ 7ใบ มีคนอยู่ 3 คน จะมีวิธีให้คนทั้ง 3 คน คนละ 1ใบนี้เลือกหมวกมาสวมได้ทั้งหมดกี่วิธี
22. ข้อสอบชุดหนึ่งมีข้อสอบแบบถูกผิด 5 ข้อ แบบเลือกตอบชนิดมีตัวเลือก 5 ตัวเลือก 10 ข้อ นักเรียนจะมีวิธีแสดงคำตอบได้กี่วิธี
23. ข้อสอบคณิตศาสตร์ฉบับหนึ่งมี 2 ตอน ตอนแรกเป็นข้อสอบถูกผิด ซึ่งมีทั้งหมด 5 ข้อ ตอนที่สองเป็นข้อสอบที่มีคำตอบให้เลือก 5 ตัวเลือก ซึ่งมีอยู่ 7 ข้อ ถ้านักเรียนทำข้อสอบฉบับนี้ โดยวิธีการเดา นักเรียนสามารถเลือกเดาได้กี่วิธี
24. ในการประกวดคำขวัญ กรรมการเลือกสำนวนไว้รอบสุดท้าย 6 สำนวนเพื่อรับรางวัลที่ 1 ที่ 2 และที่ 3 ถ้าทุกรางวัลต้องแจก จะมีวิธีแจกรางวัลได้กี่วิธี
25. มีคาวบอย 5 คน มีม้า 7 ตัว คาวบอยจะมีวิธีเลือกขี่ม้าได้กี่วิธี (คาวบอย 1 คนต่อ ม้า 1 ตัว)
26. มีรางวัล 10 รางวัล แจกให้แก่คน 3 คน (จะได้รับคนละกี่รางวัลก็ได้) ได้กี่วิธี
27. หนังสือเล่มหนึ่งมีทั้งหมด 60 หน้า มีที่พิมพ์ผิดทั้งหมดอยู่ 2 แห่ง อยากทราบว่าที่พิมพ์ 2 แห่งนี้จะอยู่ในหน้าหนังสือได้ทั้งหมดกี่วิธี

    ก. ที่พิมพ์ผิดทั้ง 2 แห่ง อยู่หน้าเดียวกัน

    ข. ที่พิมพ์ผิดทั้ง 2 แห่ง ไม่อยู่หน้าซ้ำกัน
28. มีจดหมาย 5 ฉบับ จะทิ้งในตู้ไปรษณีย์ 7 ตู้ได้กี่วิธี ถ้าจดหมายแต่ละฉบับไม่ซ้ำตู้กัน
29. มีผู้ชาย 5 คน ผู้หญิง 5 คน ทุกคนจะจับคู่เต้นรำในเพลง ๆ หนึ่งได้กี่วิธี โดยชายจับคู่กับหญิงเท่านั้น
30. ชาย 4 คน หญิง 4 คน ยืนสลับกันแบบชาย 2 คน หญิง 2 คน เป็นแถวยาวได้กี่วิธี
31. จะมีวิธีที่นำชาย 4 คน หญิง 4 คน มายืนเรียงแถวสลับกันแบบชาย 2 คน หญิง 2 คน โดยที่ชายต้องยืนหัวแถว
32. กำหนดเซตของตัวเลขทั้งหมด 0, 1, 2, ... , 9 จงสร้างเลข 5 หลัก โดยใช้เลขซ้ำกันได้

    ก. สร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน

    ข. สร้างเลขคี่ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

    ค. สร้างเลขคู่ได้ทั้งหมดกี่จำนวน
33. จากโจทย์ข้อ 32 ถ้าใช้เลขซ้ำกันไม่ได้

    ก. สร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน

    ข. สร้างเลขคี่ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

    ค. สร้างเลขคู่ได้กี่จำนวน

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

34. กำหนดเซตของตัวเลข 1, 2, ... , 9 จงสร้างเลข 5 หลัก โดยใช้เลขซ้ำกันได้

ก. สร้างได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ข. สร้างเลขคี่ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ค. สร้างเลขคู่ได้ทั้งหมดกี่จำนวน

ง. สร้างเลขที่หารด้วย 5 ลงตัวกี่จำนวน

35. กำหนดเซตของตัวเลข 2, 3, 5, 6, 7, 9 จงสร้างเลข 3 หลัก ไม่ซ้ำกันโดยที่

ก. ไม่มีเงื่อนไขอื่นเพิ่มเติม

ข. มีกี่จำนวนที่มีค่าน้อยกว่า 400

ค. มีกี่จำนวนที่เป็นเลขคู่

ง. มีกี่จำนวนที่เป็นเลขคี่

จ. มีกี่จำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว

36. กำหนดเซตของตัวเลข{ 1, 2, 3, 4}เราสามารถสร้างจำนวนเต็มบวกได้ทั้งหมดกี่จำนวน ถ้าตัวเลขใช้ไม่ซ้ำกัน

37. จงหาว่าจำนวนเต็มที่อยู่ระหว่าง 100 และ 1000 โดยที่แต่ละหลักไม่ซ้ำกันมีกี่จำนวน

38. จะมีเลขจำนวนเต็มกี่ตัวระหว่าง 1000 กับ 9999 ที่มีเลข 3 ปนอยู่

39. ชายคนหนึ่งได้ตัวเลขมา 5 ตัว 1, 3, 4, 6, 8 เอามาเรียงเพื่อซื้อสลากกินแบ่งเลขท้าย 3 ตัว ราคาใบละ 10 บาท ปรากฏว่าถูกรางวัลเลขท้าย 3 ตัว ได้รับรางวัล 1000 บาท อยากทราบว่าชายคนนี้กำไร หรือ ขาดทุน

40. ป้ายทะเบียนรถประกอบด้วยภาษาอังกฤษและตัวเลขดังนี้

□ □ □	□ □ □
ตัวอักษร	ตัวเลข

จะสร้างทะเบียนรถได้ทั้งหมดกี่คัน (ตัวอักษรและตัวเลขสามารถซ้ำได้)

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น

หน่วยที่ 2 เรื่อง การทดลองสุ่ม แซมเปิลสเปซ และเหตุการณ์ ภาคเรียนที่ .....

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 7 คาบที่ 13 – 14

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

การทดลองสุ่ม (Random Experiment) คือ การทดลองที่ผลลัพธ์อาจจะเกิดขึ้นได้แตกต่างกันหลายอย่าง แต่เราไม่ทราบว่าผลลัพธ์ใดจะเกิดขึ้น

ผลลัพธ์ (Out Come) คือ ผลที่ได้จากการทดลองสุ่มที่เสร็จสิ้นลง ซึ่งปรากฏผลลัพธ์เพียงทางหนึ่งทางเดียวเท่านั้น

แซมเปิลสเปซ (Sample Space) คือ เซตของผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้ทั้งหมดจากการทดลองสุ่ม และเป็นสิ่งที่เราสนใจ เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ **S**

เหตุการณ์ (Events) คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ ซึ่งเขียนแทนด้วย **E**

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. เขียนแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มที่กำหนดให้ได้
2. เขียนเหตุการณ์ที่สนใจซึ่งเป็นสับเซตของแซมเปิลสเปซที่กำหนดให้ได้

กิจกรรมการเรียนรู้

ในชีวิตประจำวัน เราต้องเผชิญกับการตัดสินใจในการทำสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น ในการลงทุนทำธุรกิจ เราต้องดูว่ามีโอกาสได้กำไรมากแค่ไหน คุ้มกับการลงทุนหรือไม่ เป็นต้น ซึ่ง โอกาสในที่นี้ คือ การคาดการณ์ล่วงหน้าของเหตุการณ์ต่างๆ ที่จะเกิดขึ้น ดังนั้น เพื่อให้การ คาดการณ์เป็นไปได้อย่างถูกต้องและดีที่สุด จึงมีการคิดทฤษฎีที่ใช้ในการหาโอกาสที่จะเกิดขึ้น เรียกว่า **ทฤษฎีความน่าจะเป็น**

<u>สรุป</u>

ทฤษฎีความน่าจะเป็น คือ ทฤษฎีที่ศึกษาเกี่ยวกับโอกาสที่จะเกิดขึ้นได้ของเหตุการณ์ต่าง ๆ เพื่อใช้ในการตัดสินใจ

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ตัวอย่างที่ 7 การโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่เราสนใจ คือ จำนวนแต้มที่ได้ จงเขียนแซมเปิลสเปซ

ให้ S_1 แทนแซมเปิลสเปซ จะได้

$S_1 = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$

แต่ถ้าผลลัพธ์ที่เราสนใจ คือ แต้มของลูกเต๋าที่ได้ เป็นจำนวนคู่ หรือจำนวนคี่

ให้ S_2 แทนแซมเปิลสเปซ จะได้

S_2 = { จำนวนคู่ , จำนวนคี่ }

จากข้างต้น จะเห็นว่า แซมเปิลสเปซที่เขียนได้ไม่เหมือนกัน ดังนั้น ในการทดลองสุ่มนี้ สามารถเขียนแซมเปิลสเปซได้มากกว่าหนึ่งวิธี

- จากผลลัพธ์ทั้งหมดที่เป็นไปได้ ถ้าเราสนใจผลลัพธ์เพียงบางตัว เราจะเรียก เซตของผลลัพธ์บางตัวที่เราสนใจนี้ว่า เหตุการณ์

สรุป

เหตุการณ์ (Events) คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ ซึ่งเขียนแทนด้วย **E**

ตัวอย่างที่ 8 ในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจคือ จำนวนแต้มที่ได้ จะได้

$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$

ถ้าให้ E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว จะได้ $E_1 = \{ 3,6 \}$

E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 2 จะได้ $E_2 = \{ 3,4,5,6 \}$

- จากความรู้ข้างต้น ครูใช้คำถามนำ ให้นักเรียนช่วยกันสรุปข้อสังเกต ต่างๆ ดังนี้

ข้อสังเกต

1. เพราะว่า $\phi \subset S$ ดังนั้น ϕ เป็นเหตุการณ์
2. เพราะว่า $S \subset S$ ดังนั้น S เป็นเหตุการณ์
3. ถ้า S เป็นเซตจำกัด และ E เป็นเหตุการณ์แล้ว
   - 3.1 E เป็นเซตจำกัด
   - 3.2 $0 \leq n(E) \leq n(S)$
   - 3.3 $n(E) = 0$ เมื่อ $E = \phi$
   - 3.4 $n(E) = n(S)$ เมื่อ $E = S$

ตัวอย่างที่ 9 โยนเหรียญเที่ยงตรง 1 อัน 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ หน้าของเหรียญที่ขึ้น จะได้

$S = \{ H,T \}$ เมื่อ H แทนหัว และ T แทนก้อย

ตัวอย่างที่ 10 โยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ หน้าของเหรียญที่ขึ้น จะได้

$S = \{ HH,HT,TH,TT \}$

เหตุการณ์ที่ได้หัวสองอัน คือ $E_1 = \{ HH \}$

เหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหน้าเดียวกัน คือ $E_2 = \{ HH , TT \}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ตัวอย่างที่ 11 โยนเหรียญ 1 อัน 4 ครั้ง และสนใจจำนวนครั้งที่แต้มขึ้นหัว จะได้

$S = \{ 1,2,3,4 \}$

ตัวอย่างที่ 12 โยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ จำนวนแต้มที่ได้ จะได้

$$\begin{aligned} S = \{ & (1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6) \\ & (2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6) \\ & (3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6) \\ & (4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6) \\ & (5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6) \\ & (6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6) \} \end{aligned}$$

เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มเป็น 4 คือ $E_1 = \{ (1,3),(2,2),(3,1) \}$

เหตุการณ์ที่มีลูกเต๋าขึ้นแต้มเหมือนกัน $E_2 = \{ (1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$

ตัวอย่างที่ 13 โยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ ผลรวมของแต้มที่ได้ จะได้

$S = \{ 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 \}$

เหตุการณ์ที่ผลรวมแต้มของลูกเต๋าทั้งสองลูกเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว คือ $E_1 = \{ 3,6,9,12 \}$

เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มของลูกเต๋าทั้งสองลูกมากกว่า 12 คือ $E_2 = \phi$

เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มของลูกเต๋าทั้งสองเป็นจำนวนเฉพาะ คือ $E_3 = \{ 2,3,5,7,11\}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 1

ความน่าจะเป็น (Popbability)

1. จากการจับฉลากที่ประกอบด้วยสลากที่มีรางวัล 3 ใบ และไม่มีรางวัล 7 ใบ จงหาเหตุการณ์ที่สนใจ คือ การได้สลากที่มีรางวัล
2. จงหาแซมเปิลสเปซ และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ ของการทดลองสุ่ม ซึ่งประกอบด้วยการเลือกสระในภาษาอังกฤษ 1 ตัว จากสระทั้งหมด 5 ตัว
3. มีบัตรอยู่ 5 ใบ ซึ่งแต่ละใบมีหมายเลข 1 , 2 , 3 , 4 , 5 ตามลำดับสุ่มหยิบบัตรมา 2 ใบพร้อมกัน จงหาเหตุการณ์ที่ผลรวมของหมายเลขบนบัตรทั้ง 2 ใบเป็นจำนวนคู่
4. จงหาแซมเปิลสเปซ และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ ของการทดลองสุ่ม ซึ่งประกอบด้วย การหยิบลูกแก้วจากกล่องที่มีลูกแก้วสีต่าง ๆ 3 ลูก คือ สีแดง สีเขียว และสีขาว อย่างละ 1 ลูก ตามเงื่อนไขต่อไปนี้
   1) หยิบลูกแก้ว 1 ลูก
   2) หยิบลูกแก้ว 2 ลูก พร้อม ๆ กัน
   3) หยิบลูกแก้ว 2 ลูก โดยหยิบครั้งละ 1 ลูก และไม่ใส่คืน
   4) หยิบลูกแก้ว 2 ลูก โดยหยิบครั้งละ 1 ลูก และใส่คืนก่อนที่จะหยิบครั้งต่อไป
5. กำหนดให้ S แทนแซมเปิลสเปซ จงหา n(S) จากการทดลองสุ่มในแต่ละข้อต่อไปนี้
   1) ทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง
   2) จัดหนังสือ 4 เล่มแตกต่างกัน วางเรียงบนชั้นหนังสือ
   3) จัดชาย 4 คน หญิง 4 คน ยืนสลับกันหนึ่งต่อหนึ่ง
   4) สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก จากลูกบอลที่มีสีต่างกัน 5 ลูก
   5) จัดเด็ก 6 คน นั่งล้อมรอบโต๊ะกลม
6. ในกล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีขาว 1 ลูก ถ้าเราหยิบลูกบอลออกจากกล่องมา 1 ลูก โดยวิธีสุ่ม (หยิบโดยมองไม่เห็นลูกบอล)
   1) จงหาแซมเปิลสเปซ ของสีของลูกบอลที่จะเกิดขึ้น
   2) จงหาแซมเปิลสเปซ ของลูกบอลที่หยิบออกมาได้
7. โยนเหรียญ จำนวน 5 เหรียญ ใน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่สนใจคือ จำนวนเหรียญ ที่ขึ้นหน้าหัว และให้ S แทนแซมเปิลสเปส
   1) E_1 แทนเหตุการณ์ที่มีเหรียญขึ้นหน้าหัว มากกว่าขึ้นหน้าก้อย จงหา $n(E_1)$
   2) E_2 แทนเหตุการณ์ที่มีเหรียญที่ขึ้นหน้าหัว และหน้าก้อยจำนวนเท่ากัน จงหา $n(E_2)$

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

8. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลแตกต่างกันทั้งหมด 7 ลูก โดยเป็นลูกบอลสีแดง 4 ลูก ลูกบอลสีขาว 3 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลขึ้นมา 2 ลูก และให้

S แทนแซมเปิลสเปส

E_1 แทนเหตุการณ์ที่หยิบแล้วได้ลูกบอลสีแดง

E_2 แทนเหตุการณ์ที่หยิบแล้วได้ลูกบอลสีขาว

E_3 แทนเหตุการณ์ที่หยิบแล้วได้ลูกบอลสีละ 1 ลูก

จงหา $n(S)$, $n(E_1)$, $n(E_2)$, $n(E_3)$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น

หน่วยที่ 2 เรื่อง การดำเนินการของ เซตของเหตุการณ์ ภาคเรียนที่ .....

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 8 คาบที่ 15 - 16

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

ยูเนียนของเหตุการณ์ (Union of Events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้ว ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือของเหตุการณ์ E_2 หรือทั้งสองเหตุการณ์ ซึ่งเขียนแทนด้วย $E_1 \cup E_2$

อินเตอร์เซ็กชั่นของเหตุการณ์ (Intersection Events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้ว อินเตอร์เซ็กชั่นของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ E_1 และ เหตุการณ์ E_2 ซึ่งเขียนแทนด้วย $E_1 \cap E_2$

คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ (Complement of an Events)

ถ้า E เป็นเหตุการณ์ซึ่งอยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E ซึ่งเขียนแทนด้วย E'

ผลต่างของเหตุการณ์ (Difference of Events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้วผลต่างของ E_1 และ E_2 หมายถึง เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ใน E_1 แต่ไม่เป็นผลลัพธ์ใน E_2 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E_1 - E_2$

เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (Mutually Exclusive Events)

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ $E_1 \cap E_2 \neq \phi$ แล้วจะเรียกเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ว่าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. หา ยูเนียน (Union) , อินเตอร์เซ็กชั่น (Intersection) , คอมพลีเมนต์ (Complement) และ ผลต่าง (Difference) ของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้
2. บอกได้ว่าเหตุการณ์ที่กำหนดให้ 2 เหตุการณ์ใดๆ เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกันหรือไม่

กิจกรรมการเรียนรู้

- $A \cup B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกใน A หรือ ใน B
- $A \cap B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกใน A และ ใน B
- $A - B$ คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกใน A แต่ไม่อยู่ใน B
- A' คือ เซตที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเซตทั้งหมด แต่ไม่อยู่ใน A

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ซึ่งจากที่แซมเปิลสเปซและเหตุการณ์ ก็เป็นเซตเช่นเดียวกัน ดังนั้น การดำเนินการบนเซต ของเหตุการณ์ จึงคิดเช่นเดียวกับการดำเนินการบนเซต ดังนี้

➢ **ยูเนียนของเหตุการณ์ (Union of Events)**

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้ว ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือของเหตุการณ์ E_2 หรือทั้งสองเหตุการณ์ ซึ่งเขียนแทนด้วย $\mathbf{E_1 \cup E_2}$

เช่น ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว

$E_1 = \{ 3,6 \}$

ถ้า E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคี่

$E_2 = \{ 1,3,5 \}$

ดังนั้น $E_1 \cup E_2 = \{ 1,3,5,6 \}$

➢ **อินเตอร์เซ็กชั่นของเหตุการณ์ (Intersection Events)**

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้ว อินเตอร์เซ็กชั่นของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 เขียนแทนด้วย $E_1 \cap E_2$

เช่น ในการโยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง

$S = \{ HHH,HHT,HTH,HTT,THH,THT,TTH,TTT \}$

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่โยนได้หัว 2 ครั้ง

$E_1 = \{ HHT,HTH,THH \}$

ถ้า E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้หัวในการโยนครั้งแรก

$E_2 = \{ HHH,HHT,HTH,HTT \}$

ดังนั้น $E_1 \cap E_2 = \{ HHT,HTH \}$

➢ **คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ (Complement of an Events)**

ถ้า E เป็นเหตุการณ์ซึ่งอยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E ซึ่งเขียนแทนด้วย E'

เช่น ในการโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง

$S = \{ HH,HT, TH,TT \}$

ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่ขึ้นหัวทั้งสองอัน

$E = \{ HH \}$

ดังนั้น $E' = \{ HT, TH,TT \}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

- **ผลต่างของเหตุการณ์ (Difference of Events)**

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้วผลต่างของ E_1 และ E_2 หมายถึง เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยผลลัพธ์ใน E_1 แต่ไม่เป็นผลลัพธ์ใน E_2 เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $E_1 - E_2$

เช่น ในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคี่

$E_1 = \{ 1,3,5 \}$

ถ้า E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่งหารด้วย 3 ลงตัว

$E_2 = \{ 3,6 \}$

ดังนั้น $E_1 - E_2 = \{ 1,5 \}$

- **เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (Mutually Exclusive Events)**

ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ ที่มี $E_1 \cap E_2 \neq 0$ แล้วจะเรียกเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ว่าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน

เช่น ในการโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

$S = \{ 1,2,3,4,5,6 \}$

ถ้า E_1 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคี่

$E_1 = \{ 1,3,5 \}$

ถ้า E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นเลขคู่

$E_2 = \{ 2,4,6 \}$

ดังนั้น $E_1 \cap E_2 = \phi$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 2

1. โยนลูกเต๋า 1 ลูก ใน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ แต้มของลูกเต๋า จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคู่
      E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะ
   3) ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ
   4) อินเตอร์เซ็กชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือ
2. มีคน 5 คน ในจำนวนนี้ มี นายดำและนายแดงรวมอยู่ด้วย ให้คนทั้งหมดเรียงแถวยาวอย่างสุ่ม จะได้ว่า
   1) จำนวนผลลัพธ์ในแซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E แทนเหตุการณ์ที่นายดำ และนายแดงยืนแยกจากกัน จงหา E'
3. โยนลูกเต๋า 1 ลูก ใน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ แต้มของลูกเต๋า
   ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนคี่
   E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนที่หารด้วย 3 ลงตัว
   E_3 แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนที่มากกว่า 2
   จงหา
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) E_1 , E_2 , E_3
   3) $E_1 \cup E_2$
   4) $E_2 \cup E_3$
   5) $E_1 \cup E_2 \cup E_3$
   6) $E_1 \cap E_2$
   7) $E_2 \cap E_3$
   8) $E_1 \cap E_2 \cap E_3$
4. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง หมายเลข 1, 2, 3, 4 หมายเลขละลูก และมีลูกบอลสีขาวหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 หมายเลขละลูก สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก จากกล่องใบนี้ จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีแดง
      E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลหมายเลขที่เป็นจำนวนคู่
      จงหา E_1 , E_2
   3) หา $E_1 - E_2$ และ $E_2 - E_1$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

5. โยนลูกเต๋า 2 ลูก ใน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ ผลรวมแต้มของลูกเต๋าทั้งสองลูก จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มไม่น้อยกว่า 10
      E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมแต้มเป็นจำนวนที่หารด้วย 5 ลงตัว
      จงหา E_1 , E_2
   3) หา $E_1 \cup E_2$ และ $E_2 \cap E_1$
6. โยนเหรียญ 1 เหรียญ และลูกเต๋า 1 ลูกใน 1 ครั้ง ผลลัพธ์ที่สนใจคือ หน้าของเหรียญและแต้มของลูกเต๋าที่ขึ้น จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่เหรียญขึ้นหน้าหัว
      E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้แต้มของลูกเต๋าเป็นจำนวนคี่ จงหา E_1 , E_2
   3) หา $E_1 - E_2$ และ $E_2 - E_1$
7. สุ่มหยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่สำรับหนึ่ง ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ ดอกไพ่ที่ได้ จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้ไพ่โพแดง จงหา E และ E'
8. สุ่มหยิบไพ่ 1 ใบ จากไพ่สำรับหนึ่ง ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ แต้มของไพ่ที่เป็นตัวอักษรภาษาอังกฤษที่ได้ จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E แทนเหตุการณ์ที่ได้ไพ่ J จงหา E
9. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปองสีขาว 3 ลูก สีแดง 2 ลูก สีเขียว 1 ลูก สุ่มหยิบลูกปิงปองจากกล่องสามลูก จงหา
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีแดงสองลูก
      E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ลูกบอลสีขาวเพียงหนึ่งลูกเท่านั้น
      จงหา E_1 , E_2
   3) หา $E_1 \cup E_2$, $E_2 \cap E_1$ และ $E_1 - E_2$
   4) หา $n(E_1)$, $n(E_2)$ และ $n(E_2 \cap E_1)$
10. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปอง ซึ่งมีหมายเลข 1, 2, 3, 4 หมายเลขละ 1 ใบ สุ่มหยิบลูกปิงปองออกมา 2 ลูก พร้อมกัน ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ หมายเลขของลูกปิงปองที่หยิบได้ จะได้ว่า
   1) แซมเปิลสเปซ คือ
   2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้หมายเลขเป็นจำนวนคู่ทั้งสองลูก
      E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของหมายเลขทั้งสองเป็นจำนวนคี่
      จงหา E_1 , E_2
   3) หา $E_1 \cup E_2$, $E_2 \cap E_1$ และ $E_1 - E_2$
   4) หา $n(E_1)$, $n(E_2)$ และ $n(E_2 \cap E_1)$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

11. กล่องใบหนึ่งมีลูกปิงปอง ซึ่งมีหมายเลข 1, 2, 3, 4 หมายเลขละ 1 ใบ สุ่มหยิบลูกปิงปองออกมา 2 ลูก โดยหยิบทีละลูก แล้วใส่คืนที่ ผลลัพธ์ที่สนใจ คือ หมายเลขของลูกปิงปองที่หยิบได้ จะได้ว่า

1) แซมเปิลสเปซ คือ

2) ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่ได้หมายเลขเป็นจำนวนคู่ทั้งสองลูก

E_2 แทนเหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของหมายเลขทั้งสองเป็นจำนวนคี่

จงหา E_1 , E_2

3) หา $E_1 \cup E_2$, $E_2 \cap E_1$ และ $E_1 - E_2$

4) หา $n(E_1)$, $n(E_2)$ และ $n(E_2 \cap E_1)$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น

หน่วยที่ 2 เรื่อง ความน่าจะเป็น ภาคเรียนที่ .....

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 9 คาบที่ 17 – 18

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

ความน่าจะเป็น คือ อัตราส่วนระหว่างจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ที่สนใจ กับจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซที่มีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่าๆ กัน

ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่สนใจ และ S เป็นแซมเปิลสเปซ

n(E) แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์

n(S) แทนจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ

และให้ P(E) เป็นความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E

ดังนั้น $$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

1. อธิบายความหมายของความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้
2. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ โดยวิธีนับจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซโดยตรงได้
3. หาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ โดยใช้ความรู้เรื่อง กฎการนับ วิธีเรียงสับเปลี่ยน และ วิธีจัดหมู่ คำนวณหาจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซโดยตรงได้

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

กิจกรรมการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 14 จงหาความน่าจะเป็นของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง เพื่อให้ได้แต้มมากกว่า 3

วิธีทำ ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จะได้ S = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

ดังนั้น n(S) = 6

เหตุการณ์ที่ต้องการคือ ให้ขึ้นแต้มมากกว่า 3 จะได้ E = { 4, 5, 6 }

ดังนั้น n(E) = 3

ความน่าจะเป็นของการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ให้ได้แต้มมากกว่า 3 คือ

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ตัวอย่าง จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่างๆ ดังต่อไปนี้

1) ได้หัวสองหัวจากการโยนเหรียญสองอันหนึ่งครั้ง

วิธีคิด จากโจทย์ จะได้

S = { HH , HT , TH , TT } ดังนั้น n(S) = 4

E = { HH } ดังนั้น n(E) = 1

จะได้ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{4}$

2) ได้ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทั้งสองเป็น 2 หรือ 6 จากการโยนลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง

วิธีคิด จากกฎการนับ จะได้ n(S) = 6 x 6 =36

E = { (1,1),(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1) } ดังนั้น n(E) = 3

จะได้ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

3) หยิบได้สลากหมายเลข 5 หรือ 6 หรือ 7 หรือ 8 จากสลาก 10 ใบ ซึ่งเขียนหมายเลข 1 ถึง10 กำกับไว้

วิธีคิด จากโจทย์ จะได้

S = { 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10 } ดังนั้น n(S) = 10

E = { 5,6,7,8 } ดังนั้น n(E) = 4

จะได้ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

4) ได้คำตอบจากครอบครัว 3 ครอบครัวว่ามีจักรเย็บผ้าใช้ทั้งสามครอบครัว

วิธีคิด จากกฎการนับ จะได้ n(S) = 2 x 2 x 2 = 8

E = { (มี,มี,มี) } ดังนั้น n(E) = 1

จะได้ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{1}{8}$

5) ได้แต้มที่เหมือนกันหรือได้แต้ม 2 จากลูกเต๋าลูกใดลูกหนึ่งในการทอดลูกเต๋าพร้อมกันสองลูก

วิธีคิด จากกฎการนับ จะได้ n(S) = 6 x 6 =36

E = {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6),(1,2),(3,2),(4,2),(5,2),(6,2),(2,1),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6)}

ดังนั้น n(E) = 16

จะได้ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{16}{36} = \frac{4}{9}$

6) ได้หัวและแต้มที่มากกว่า 4 จากการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญและทอดลูกเต๋าหนึ่งลูกหนึ่งครั้งพร้อมกัน

วิธีคิด จากกฎการนับ จะได้ n(S) = 2 x 6 = 12

E = { (H,5),(H,6) } ดังนั้น n(E) = 2

จะได้ $P(E) = \frac{n(E)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

The terminology of probability

ใช้ความรู้เรื่องแผนภาพของเวนน์ – ลอยเลอร์(Venn – Euler Diagrams) มาแก้ปัญหาความน่าจะเป็น

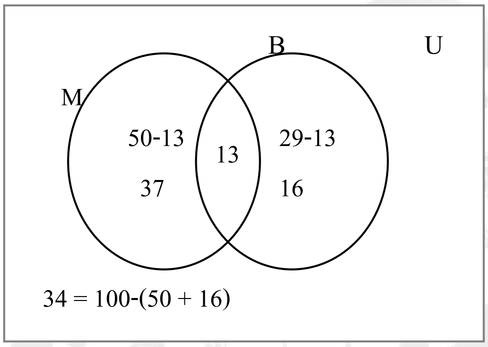
ตัวอย่างที่ 15 นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 100 คน มีนักเรียน 50 คน ที่ชอบเรียน คณิตศาสตร์ มี 29 คน ชอบเรียนเคมี และ มี13 คน ชอบเรียนทั้งคณิตศาสตร์และเคมี จงหาความน่าจะเป็นที่

1) นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ หรือ เคมี

2) นักเรียนที่ชอบเรียน เคมี แต่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

3) นักเรียนที่ไม่ชอบเรียน เคมี

วิธีทำ เขียนแผนภาพของเวนน์ – ลอยเลอร์(Venn – Euler Diagrams) ดังนี้



ให้ U แทนจำนวนนักเรียนทั้งหมด

M แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

B แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนที่ชอบเรียนเคมี

จากแผนภาพจะได้ n(S) = 100

1) ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ หรือ เคมีเท่ากับ

$$P(M \cup B) = \frac{37+13+16}{100} = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}$$

2) ความน่าจะเป็นที่ไม่ชอบเรียน เคมี

$$P(B') = \frac{37+34}{100} = \frac{71}{100} \text{ หรือ } P(B') = 1 - P(B) = 1 - \frac{29}{100} = \frac{71}{100}$$

3)ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่ชอบเรียน เคมี แต่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

$$P(B \cap M') = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

<u>ตัวอย่างที่ 16</u> จากการสอบถามนักเรียน 100 คน ปรากฏผลดังนี้

41 คน ชอบวิชาคณิตศาสตร์ 26 คน ชอบวิชาภาษาอังกฤษ

29 คน ชอบวิชาวิทยาศาสตร์ 5 คน ชอบทั้งสามวิชา

8 คน ชอบทั้งวิชาวิทยาศาสตร์และภาษาอังกฤษ

19 คน ชอบทั้งวิชาคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

15 คน ชอบทั้งวิชาคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์

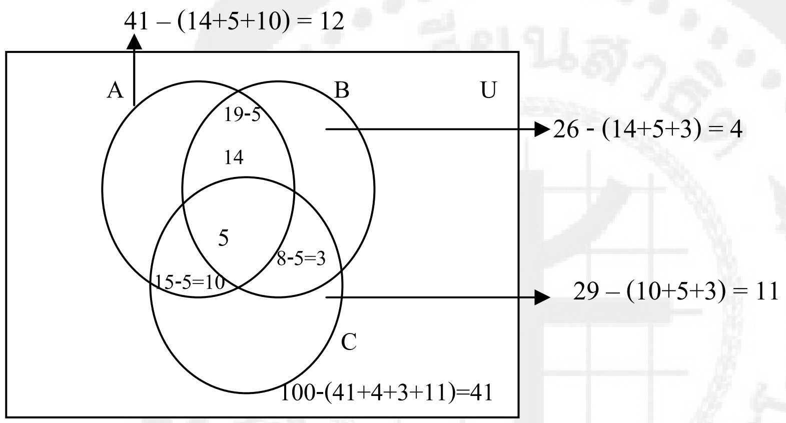
จงหาความน่าจะเป็นที่

1) นักเรียนที่ไม่ชอบเรียนทั้งสามวิชา

2) นักเรียนที่ชอบเรียนเพียงวิชาเดียว

3) นักเรียนที่ชอบเรียนเพียงสองวิชา

<u>วิธีทำ</u> เขียนแผนภาพของเวนน์ – ออยเลอร์(Venn – Euler Diagrams) ดังนี้



ให้ U แทนจำนวนนักเรียนทั้งหมด

A แทนจำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาคณิตศาสตร์

B แทนจำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาภาษาอังกฤษ

C แทนจำนวนนักเรียนที่เลือกเรียนวิชาวิทยาศาสตร์

จากแผนภาพจะได้ $n(S) = 100$

1) ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่ไม่ชอบเรียนทั้งสามวิชาเท่ากับ

$$P((A \cup B \cup C)') = \frac{41}{100}$$

2) ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่ชอบเรียนเพียงวิชา

$$P((A-(B \cup C)) \cup (C-(A \cup B)) \cup (B-(A \cup C))) = \frac{12+11+4}{100} = \frac{27}{100}$$

3) ความน่าจะเป็นที่นักเรียนที่ชอบเรียนเพียงสองวิชา

$$P(((A \cap B)-(A \cap B \cap C)) \cup ((A \cap C)-(A \cap B \cap C)) \cup ((B \cap C)-(A \cap B \cap C)))$$

$$= \frac{14+10+3}{100} = \frac{27}{100}$$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 3

1. จงหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ต่างๆ ดังต่อไปนี้
   1) ได้หัวสองหัวจากการโยนเหรียญสองอันหนึ่งครั้ง
   2) ได้ผลรวมของแต้มบนหน้าลูกเต๋าทั้งสองเป็น 2 หรือ 6 จากการโยนลูกเต๋าสองลูกหนึ่งครั้ง
   3) หยิบได้สลากหมายเลข 5 หรือ 6 หรือ 7 หรือ 8 จากสลาก 10 ใบ ซึ่งเขียนหมายเลข 1 ถึง 10 กำกับไว้
   4) ได้สลากที่มีรางวัลจากการจับสลาก 1 ใบ ที่ประกอบด้วยสลากที่มีรางวัล 3 ใบ และไม่มีรางวัล 7 ใบ
   5) ได้คำตอบจากครอบครัว 3 ครอบครัวว่ามีจักรเย็บผ้าใช้ทั้งสามครอบครัว
   6) ได้แต้มที่เหมือนกันหรือได้แต้ม 2 จากลูกเต๋าลูกใดลูกหนึ่งในการทอดลูกเต๋าพร้อมกันสองลูก
   7) ได้หัวและแต้มที่มากกว่า 4 จากการโยนเหรียญหนึ่งเหรียญและทอดลูกเต๋าหนึ่งลูก หนึ่งครั้ง
   8) ได้สีที่ชอบคือ สีฟ้าหรือชมพูจากการสอบถามนางสาวมานี ถึงสีของผ้าเช็ดหน้าที่ชอบสองสีจากสีทั้งหมด 5 สี คือ ฟ้า ขาว ชมพู เขียว และเหลือง

2. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 400 คน และมีนักเรียนที่เป็นฝาแฝด 2 คู่ ถ้าเลือกนักเรียนคนหนึ่งโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่มีคู่แฝด

3. ในการจับสลากชื่อของนักเรียนจำนวน 30 คน ซึ่งเป็นชาย 18 คน หญิง 12 คน จงหาความน่าจะเป็นในการที่จับสลากใบแรกได้
   1) นักเรียนชาย 2) นักเรียนหญิง

4. ในกล่องใบหนึ่งมีหลอดไฟอยู่ 5 หลอด ในจำนวนนี้มีหลอดดีอยู่ 3 หลอด และหลอดเสียอยู่ 2 หลอด ถ้าหยิบหลอดไฟฟ้าขึ้นมา2 หลอด อย่างไม่เจาะจง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หลอดเสีย 1 หลอดและหลอดดี 1 หลอด

5. สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูกพร้อมกัน จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีน้ำเงิน 4 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้
   1) ลูกบอลสีแดงทั้งสองลูก 2) ลูกบอลที่ไม่ใช่สีแดงทั้งสองลูก
   3) ลูกบอลสีขาวอย่างน้อยหนึ่งลูก 4) ลูกบอลสีแดงหรือสีน้ำเงินเท่านั้น

6. ต้องการนำอักษรในคำ SPECTRUM มาเรียงเป็นคำที่ประกอบด้วยอักษร 4 ตัว ไม่คำนึงถึงความหมาย โดยในแต่ละคำต้องไม่มีอักษรซ้ำกัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะจัดให้อักษรตัวสุดท้ายเป็นสระเสมอ

7. ถุงใบหนึ่งใส่เหรียญบาทไว้ 100 อัน เหรียญแต่ละอันเขียนเลขกำกับไว้โดยไม่ซ้ำกัน เริ่มจาก 1 ถึง 100 ถ้าหยิบเหรียญอันหนึ่งออกมาโดยการสุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่เลขที่เขียนกำกับไว้เป็น
   1) จำนวนคู่ 2) จำนวนที่มีรากที่สองเป็นจำนวนเต็ม
   3) จำนวนที่หารด้วย 11 ลงตัว 4) จำนวนคี่หรือจำนวนที่หารด้วย 11 ลงตัว
   5) จำนวนคู่และจำนวนที่หารด้วย 11 ลงตัว

8.สลาก 20 ใบ มีหมายเลขกำกับตั้งแต่ 1 ถึง 20 สลากหมายเลข 1, 2, 3 และ 4 มีรางวัล 1,000 , 500 , 300 และ 200 ตามลำดับ ชายผู้หนึ่งหยิบสลาก 2 ใบ แบบสุ่มจากสลากทั้งหมด จงหาความน่าจะเป็นที่
   1) ชายผู้นี้ได้รางวัลรวมกันเป็น 500 บาทพอดี 2) ชายผู้นี้ได้รับเงินรางวัลอย่างน้อย 1,000 บาท

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

9. จากการสำรวจใบสมัครของผู้สมัครประกวดนางงามจักรวาล 100 คน พบว่ามีผู้สมัครที่พูดภาษาอังกฤษได้ 50 คน ภาษาฝรั่งเศสได้ 45 คน ภาษาสเปนได้ 30 คน ผู้สมัครที่พูดภาษาอังกฤษและฝรั่งเศสได้ 15 คน ภาษาอังกฤษและสเปนได้ 10 คน ฝรั่งเศสและสเปนได้ 10 คน และผู้สมัครที่พูดได้ทั้งสามภาษา 5 คน

ถ้าสุ่มใบสมัครขึ้นมาหนึ่งใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ใบสมัครของผู้ที่พูดภาษาอังกฤษหรือฝรั่งเศสหรือสเปนได้

10.ในการสอบถามนักเรียนจำนวน 50 คน ปรากฏว่ามีผู้ชอบวิชาเคมี 21 คน ชอบวิชาฟิสิกส์ 20 คน ชอบวิชาภาษาอังกฤษ 17 คน โดยมี 10 คน ชอบทั้งสามวิชา และ 5 คน ชอบวิชาเคมีและฟิสิกส์ แต่ไม่ชอบภาษาอังกฤษ ไม่มีนักเรียนคนใดชอบวิชาเคมีและภาษาอังกฤษ โดยไม่ชอบวิชาฟิสิกส์ และไม่มีนักเรียนคนใดชอบวิชาฟิสิกส์และภาษาอังกฤษโดยไม่ชอบวิชาเคมี จงหาความน่าจะเป็นที่ไม่ชอบวิชาใดวิชาหนึ่งเลยในสามวิชา

11. ผู้จัดการฝ่ายบุคคลของบริษัทหนึ่งคิดว่า การจำแนกใบสมัครของของผู้สมัครตามวุฒิหรือตามประสบการณ์ในการทำงานจะเป็นประโยชน์ต่อการพิจารณาคัดบุคคลเข้าทำงานเป็นอย่างมาก จากใบสมัครตำแหน่งวิศวกรทั้งหมดเขาพบว่า มีเพียง 10 เปอร์เซ็นต์ เท่านั้นที่เป็นผู้ที่มีประสบการณ์แต่ไม่มีปริญญา มี 20 เปอร์เซ็นต์ เป็นผู้ที่จบปริญญาแต่ไม่มีประสบการณ์ มีถึง 80 เปอร์เซ็นต์ที่มีประสบการณ์หรือมีปริญญา ถ้าสุ่มตัวอย่างใบสมัครมา 1 ใบ จงหา

ก) ความน่าจะเป็นที่จะได้ผู้สมัครที่มีปริญญา

ข) ความน่าจะเป็นที่จะได้ผู้สมัครที่มีประสบการณ์

12. จากการสอบถามนักเรียน 100 คน ผลปรากฏว่าสามารถแบ่งนักเรียนออกเป็น 2 พวก คือ พวกที่ชอบเล่นกีฬา และพวกที่ไม่ชอบเล่นกีฬา โดยพวกที่ชอบเล่นกีฬามีรายละเอียดดังนี้

ชอบเล่นบาสเกตบอล	31 คน
ชอบเล่นฟุตบอล	21 คน
ชอบเล่นปิงปอง	46 คน
ชอบเล่นทั้งบาสเกตบอลและ ฟุตบอล	11 คน
ชอบเล่นทั้งบาสเกตบอลและปิงปอง	10 คน
ชอบเล่นทั้งฟุตบอลและปิงปอง	12 คน
ชอบเล่นทั้งทั้งสามชนิด	6 คน

จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนไม่ชอบเล่นกีฬาใดๆ

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น

หน่วยที่ 2 เรื่อง สมบัติบางประการของความน่าจะเป็น ภาคเรียนที่ …..

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 10 คาบที่ 19 - 20

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

Addition Rule

<u>สมบัติบางประการของความน่าจะเป็น</u>

1. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

2. ถ้า E_1 , E_2 และ E_3 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$$P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_2 \cap E_3) - P(E_1 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$$

3. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$$P(E') = 1 - P(E)$$

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

สามารถหาความน่าจะเป็นโดยใช้สมบัติบางประการของความน่าจะเป็นได้

กิจกรรมการเรียนรู้

<u>ตัวอย่างที่ 17</u> หยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับจงหาความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่รูป A หรือ โพแดง

<u>วิธีทำ</u> ให้ S = {ไพ่ 1 สำรับ} ดังนั้น n(S) = 52

E_1 = {ไพ่รูป A} ดังนั้น $n(E_1) = 4$

ความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่รูป A คือ $P(E_1) = \frac{4}{52}$

E_2 = {ไพ่รูปโพแดง} ดังนั้น $n(E_2) = 13$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่รูปโพแดง คือ $P(E_2) = \frac{13}{52}$

$E_1 \cap E_2$ = {A และโพแดง} = { A โพแดง} ดังนั้น $n(E_1 \cap E_2) = 1$

ความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่รูป A และ โพแดง คือ $P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{52}$

ดังนั้น $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

$$= \frac{4}{52} + \frac{13}{52} - \frac{1}{52} = \frac{16}{52}$$

ตัวอย่างที่ 18 จากการสำรวจใบลงทะเบียนของนักเรียนชั้น ม.6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน พบว่า มีนักเรียน

60 คน เลือกเรียนคณิตศาสตร์
25 คน เลือกเรียนภาษาอังกฤษ
15 คน เลือกเรียนภาษาเยอรมัน
15 คน เลือกเรียนทั้งคณิตศาสตร์ และภาษาอังกฤษ
7 คน เลือกเรียนทั้งคณิตศาสตร์ และภาษาเยอรมัน
8 คน เลือกเรียนทั้งภาษาอังกฤษ และภาษาเยอรมัน
3 คน เลือกเรียนทั้ง 3 วิชา

ถ้าสุ่มใบลงทะเบียนขึ้นมา 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ใบลงทะเบียนของนักเรียนที่เลือกเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษ หรือภาษาเยอรมัน

วิธีทำ ให้ E_1 แทนเหตุการณ์ที่สุ่มใบทะเบียน 1 ใบ แล้วได้เลือกเรียนคณิตศาสตร์

E_2 แทนเหตุการณ์ที่สุ่มใบทะเบียน 1 ใบ แล้วได้เลือกเรียนภาษาอังกฤษ

E_3 แทนเหตุการณ์ที่สุ่มใบทะเบียน 1 ใบ แล้วได้เลือกเรียนภาษาเยอรมัน

จากโจทย์ จะได้ $n(S) = 100$, $n(E_1) = 60$, $n(E_2) = 25$, $n(E_3) = 15$,

$n(E_1 \cap E_2) = 15$, $n(E_1 \cap E_3) = 7$, $n(E_2 \cap E_3) = 8$,

$n(E_1 \cap E_2 \cap E_3) = 3$

$\therefore P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) - P(E_1 \cap E_2) - P(E_2 \cap E_3) - P(E_1 \cap E_3) + P(E_1 \cap E_2 \cap E_3)$

$$= \frac{60}{100} + \frac{25}{100} + \frac{15}{100} - \frac{15}{100} - \frac{7}{100} - \frac{8}{100} + \frac{3}{100} = \frac{73}{100}$$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 4

1. หยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับจงหาความน่าจะเป็นที่ได้ไพ่รูป A หรือ โพแดง

2. จากการสำรวจใบลงทะเบียนของนักเรียนชั้น ม. 6 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน พบว่ามีนักเรียน 60 คน เลือกเรียนคณิตศาสตร์

25 คน เลือกเรียนภาษาอังกฤษ

15 คน เลือกเรียนภาษาเยอรมัน

15 คน เลือกเรียนทั้งคณิตศาสตร์และภาษาอังกฤษ

7 คน เลือกเรียนทั้งคณิตศาสตร์ และภาษาเยอรมัน

8 คน เลือกเรียนทั้งภาษาอังกฤษ และภาษาเยอรมัน

3 คน เลือกเรียนทั้ง 3 วิชา

ถ้าสุ่มใบลงทะเบียนขึ้นมา 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ใบลงทะเบียนของนักเรียนที่เลือกเรียนคณิตศาสตร์หรือภาษาอังกฤษ หรือภาษาเยอรมัน

3. กำหนดให้ $P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{1}{4}$ และ $P(A \cap B) = \frac{1}{10}$ แล้ว

1. $P(A \cup B)$ = ...

2. $P(A \cap B')$ = ...

3. $P(A' \cap B')$ = ...

4. กำหนดให้ $P(A) = \frac{1}{3}$ $P(B) = \frac{1}{2}$ และ $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$ แล้ว

1. $P(A' \cup B')$ = ...

2. $P(A' \cap B')$ = ...

3. $P(A' \cap B)$ = ...

4. $P(A \cap B')$ = ...

5. $P(A' \cup B)$ = ...

6. $P(A \cup B')$ = ...

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

5. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน และมี $P(A) = \frac{2}{3}$ $P(B) = \frac{1}{4}$ จงหา

1. $P(A \cap B)$ = ...
2. $P(A \cap B')$ = ...
3. $P(A' \cap B)$ = ...
4. $P(A' \cup B')$ = ...

6. กำหนดให้ A , B และ C ไม่เกิดร่วมกันทั้งหมด โดยที่ $P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{3}$ และ $P(C) = \frac{1}{4}$ แล้ว

1. $P(A \cup B)$ = ...
2. $P(A \cup B \cup C)$ = ...

7. ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน และมีค่า $P(A) = \frac{1}{2}$ และ $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ แล้ว

1. $P(B)$ = ...
2. $P(A \cap B)$ = ...

8. โยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง กำหนดเหตุการณ์ดังนี้

A เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้มรวมเป็น 7 และ B เป็นเหตุการณ์ที่ลูกเต๋าขึ้นแต้ม 4 อย่างน้อย 1 ลูก

1. $P(A)$ = ...
2. $P(B)$ = ...
3. $P(A \cap B)$ = ...
4. $P(A \cup B$ = ...

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

เรื่อง ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น

หน่วยที่ 2 เรื่อง สมบัติบางประการของความน่าจะเป็น ภาคเรียนที่ …..

วิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ช่วงชั้นที่ 4 (ม.6) สัปดาห์ที่ 11 คาบที่ 21 – 22

มาตรฐานการเรียนรู้ ค.5.2 : ใช้วิธีการทางสถิติและความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นในการคาดการณ์ได้อย่างสมเหตุสมผล

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

อธิบายการทดลองสุ่ม เหตุการณ์ ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ และหาความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่กำหนดให้ได้

สาระการเรียนรู้

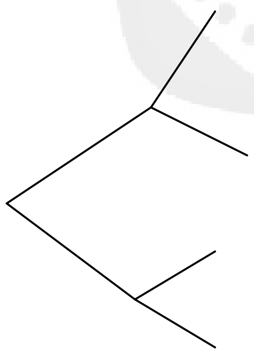
Multiplication Rule

<u>บทนิยาม</u> กำหนด A และ B เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A เมื่อกำหนดว่าเหตุการณ์ B เกิดขึ้นแล้ว เขียนแทนด้วย P(A/B) โดยที่

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

P(A⁀B)P(A/B)/P(B)

Tree diagrams



ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง

สามารถหาความน่าจะเป็นโดยใช้สมบัติบางประการของความน่าจะเป็นได้

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

กิจกรรมการเรียนรู้

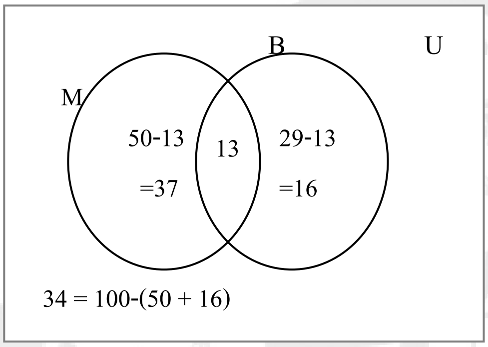
ตัวอย่างที่ 19 นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 6 จำนวน 100 คน มีนักเรียน 50 คน ที่ชอบเรียน คณิตศาสตร์ มี 29 คนชอบเรียนเคมี และ มี13 คน ชอบเรียนทั้งคณิตศาสตร์และเคมี จงหาความน่าจะเป็นที่

1) นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์ หรือ เคมี

2) นักเรียนที่ชอบเรียน เคมี แต่ไม่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

3) นักเรียนที่ไม่ชอบเรียน เคมี

วิธีทำ เขียนแผนภาพของเวนน์ – ลอยเลอร์(Venn – Euler Diagrams) ดังนี้



ให้ U แทนจำนวนนักเรียนทั้งหมด

M แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนที่ชอบเรียนคณิตศาสตร์

B แทนเหตุการณ์ที่นักเรียนที่ชอบเรียนเคมี

จากการสุ่มนักเรียนที่เรียนวิชาเคมี 29 คนจากนักเรียน 100 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนในกลุ่มนี้เรียนวิชาคณิตศาสตร์

สามารถเขียนความน่าจะเป็นที่นักเรียนในกลุ่มนี้เรียนวิชาคณิตศาสตร์ได้ดังนี้ P(M/B) อ่านว่า ความน่าจะเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์โดยเป็นนักเรียนที่เรียนวิชาเคมีด้วย เรียกว่าความน่าจะเป็นแบบเงื่อนไข(conditional probability) ความน่าจะเป็นของ M(นักเรียนที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์)เงื่อนไขในสมาชิกใน B (นักเรียนที่เรียนวิชาเคมี) จากตัวอย่าง

$$P(M/B) = \frac{13}{29}$$

นั่นคือ นักเรียน 13 ใน 29 คนที่เรียนเคมี ซึ่งเรียนคณิตศาสตร์ด้วย

ตัวอย่างที่ 20 ในการโยนลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมเป็น 6 ถ้าทราบว่าลูกเต๋าทั้ง 2 ลูกขึ้นแต้มเหมือนกัน

วิธีทำ ให้ B แทนเหตุการณ์ซึ่งขึ้นแต้มเหมือนกัน

A แทนเหตุการณ์ซึ่งได้ผลรวมเป็น 6

จะได้ B = {(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)}

A = {(1,5),(2,4),(3,3),(4,2),(5,1),(6,6)}

ดังนั้น $P(A/B) = \frac{1}{6}$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

ใบงานที่ 5

1. คนยิงธนูพยายาม 2 ครั้ง ที่ยิงเป้า ครั้งแรกที่ยิงถูกเป้ามีความน่าจะเป็น 0.4 และครั้งที่ 2 เป็น 0.5 ให้ความน่าจะเป็นของลูกธนูทั้งสองเป็น 0.25 จงหาความน่าจะเป็นที่เขาพลาดเป็นทั้ง 2 ครั้ง
2. ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ และ $P(A\cup B) = 0.8$ จงหาความน่าจะเป็นของ
   1) $P(A\cup B)$
   2) $P(A'\cap B)$
   3) $P(A\cap B')$
   4) $P(A'\cap B')$
3. ถ้า S และ T เป็นเหตุการณ์ $P(T) = 0.4$, $P(P(S\cap T)) = 0.15$ และ $P(S'\cap T') = 0.5$ จงหา
   1) $P(S\cap T')$
   2) $P(S)$
   3) $P(S\cup T)$
   4) $P(S'\cap T)$
   5) $P(S'\cup T')$
4. ถ้า M และ N เป็นเหตุการณ์ $P(M) = P(N) = 2\,P(M\cap N)$ และ $P(M\cup N) = 0.6$ จงหา
   1) $P(M\cap N)$
   2) $P(M)$
   3) $P(M'\cap N')$
   4) $P(M\cap N')$
5. นักเรียนคนหนึ่งอ่านหนังสือบันเทิงมีความน่าจะเป็น 0.75 , หนังสือบันเทิงที่ไม่ใช่รายวันมีความน่าจะเป็น 0.65 ความน่าจะเป็นที่ไม่อ่านทั้ง 2 ประเภทเป็น 0.20 จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียน
   1) อ่านหนังสือบันเทิงที่เป็นรายวัน
   2) อ่านหนังสือรายวัน แต่ไม่ใช่หนังสือบันเทิง
6. ในหมู่บ้านแห่งหนึ่ง มีครอบครัวที่มีตู้เย็น 35% มีโทรทัศน์ 60% ครอบครัวที่มีทั้งสองอย่าง 25% จงหาความน่าจะเป็นของครอบครัวที่ไม่มีตู้เย็นและโทรทัศน์ทั้งคู่
7. จากการสำรวจคนกลุ่มหนึ่ง มี 10% ชอบดื่มกาแฟตอนเช้า มี 20% ชอบดื่มกาแฟตอนกลางวัน และ 25% ชอบดื่มกาแฟทั้งตอนเช้าหรือตอนกลางวัน จงหาความน่าจะเป็นที่คนหนึ่งคนจากกลุ่มนี้ชอบดื่มกาแฟตอนเช้าและตอนกลางวัน
8. ถุงลูกปัดหนึ่งถุงมีสีแดง 6 ลูก และสีฟ้า 4 ลูก หยิบลูกปัดสองลูกจากถุงนี้โดยหยิบออกทีละลูก จงหาความน่าจะเป็นที่
   1) ได้สีแดงทั้งคู่
   2) ได้สีที่ต่างกัน
   3) ครั้งแรกเป็นสีฟ้า และครั้งที่สองเป็นสีแดง
9. ครูนับนักเรียนที่ทำการบ้านแล้วสอบผ่าน 0.8 ถ้านักเรียนไม่ทำการบ้านแล้วสอบผ่านเพียง 0.4 ซึ่งมีนักเรียนที่ทำการบ้านเพียง 75% จงหาความน่าจะเป็นของการสุ่มนักเรียน
   1) ที่ไม่ทำการบ้านและสอบผ่าน

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

2) ที่สอบผ่าน

10. สถิติของอาหารเช้าที่กินซีเรียลหรือขนมปังปิ้งอย่างใดอย่างหนึ่ง และดื่มอย่างใดอย่างหนึ่งจากน้ำผลไม้ , ชา หรือกาแฟ ถ้ากินซีเรียล ความน่าจะเป็นที่เลือกกาแฟมี $\frac{3}{5}$ และความน่าจะเป็นที่เลือกชา $\frac{3}{10}$ ถ้ากินขนมปังปิ้ง ความน่าจะเป็นที่เลือกกาแฟ $\frac{2}{5}$ และความน่าจะเป็นที่เลือกชา $\frac{1}{5}$ ถ้าการเลือกกินซีเรียลมีความน่าจะเป็น $\frac{3}{4}$

1) จงหาความน่าจะเป็นที่ดื่มน้ำผลไม้

2) จงหาความน่าจะเป็นที่กินซีเรียลและดื่มกาแฟ

3) จงหาอาหารเช้าที่นิยมมากที่สุด

11. ให้ $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.4$ และ $P(A \cup B) = 0.8$ จงหา

1) $P(A \cap B)$ 2) $P(A \mid B)$

3) $P(B \mid A)$ 4) $P(A \mid B')$

12. ให้ $P(R \mid S) = 0.5$, $P(R \mid S') = 0.4$ และ $P(S) = 0.6$ จงหา

1) $P(R)$ 2) $P(S \mid R)$

3) $P(S' \mid R)$ 4) $P(S' \mid R')$

13. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนชาย 55% มี 80% ของนักเรียนชายอยู่ห้อง 6 จาก 75% ของนักเรียนหญิง

1) จงหาความน่าจะเป็นของการสุ่มเลือกนักเรียนหญิงหนึ่งคนที่อยู่ในห้อง 6

2) จงหาความน่าจะเป็นของการสุ่มเลือกนักเรียนที่ไม่อยู่ในห้อง 6

3) จงหาความน่าจะเป็นของการสุ่มเลือกจากห้อง 6 ที่เป็นนักเรียนหญิงหนึ่งคน

14. พวงกุญแจมีกุญแจอยู่ 30 ดอก เป็นสีทองหรือสีเงินอย่างใดอย่างหนึ่ง มี 10 ดอก ที่เป็นแบบกลม และ 20 ดอก เป็นแบบแบน มี 5 ลูกแบบกลม และ 2 ลูกแบบแบนเป็นสีทอง จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบกุญแจดอกหนึ่งที่

1) กุญแจเป็นสีเงิน

2) กุญแจเป็นสีเงินและเป็นแบบกลม

15. A และ B เป็นเหตุการณ์ ซึ่ง $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ และ $P(A \cup B) = \frac{5}{12}$

1) หา $P(A \mid B)$ และ $P(A \mid B')$

2) หา $P(A \mid B)\,P(B) + P(A \mid B')P(B')$

16. ครูคนหนึ่งเดินทางมาโรงเรียนโดยขับรถ , ขี่จักรยาน หรือเดินมา ความน่าจะเป็น คือ 0.6 , 0.3 และ 0.1 ตามลำดับ ถ้าครูเดินมาโรงเรียนมีความน่าจะเป็นที่จะมาสาย 0.35 และความน่าจะเป็นที่มาสายถ้าขี่จักรยานหรือขับรถมาเป็น 0.1 และ 0.55 ตามลำดับ

1) จงหาความน่าจะเป็นที่ครูมาสายในแต่ละวัน

2) จงหาความน่าจะเป็นที่ครูมาสายจากการเดินมา

3) จงหาความน่าจะเป็นที่ครูไม่มาสายจากการเดินมา

17. ร้านขายของชำ มีอาหารกระป๋อง 2 ยี่ห้อ คือ ยี่ห้อ A และ B และมี 2 ขนาด คือ ขนาดใหญ่และขนาดเล็ก 70% เป็นยี่ห้อ A , 30% เป็นยี่ห้อ B , 30% กระป๋องยี่ห้อ A ขนาดเล็ก , 40% เป็นกระป๋องยี่ห้อ B ขนาดเล็ก

1) จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบกระป๋องขนาดเล็ก

Kids-D @Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

2) จงหาความน่าจะเป็นที่สุ่มหยิบกระป๋องขนาดเล็กเป็นยี่ห้อ A

18. นักเรียนชายคนหนึ่งไปโรงเรียนโดยรถประจำทางหรือเดินไป ถ้าวันหนึ่งไปโรงเรียนโดยรถประจำทางความน่าจะเป็นที่จะไปรถประจำทางในวันถัดไป $\frac{7}{10}$ ถ้าเดินไปโรงเรียนความน่าจะเป็นที่จะไปรถประจำทางในวันถัดไป $\frac{2}{5}$

1) ให้เดินไปโรงเรียนวันอังคาร จงความน่าจะเป็นที่จะไปโรงเรียนโดยรถประจำทางวันพฤหัสบดี

2) ให้เดินทางไปโรงเรียนทั้งวันอังคารและวันพฤหัสบดี จงหาความน่าจะเป็นที่จะเดินทางไปโรงเรียนในวันพุธ

19. คู่แต่งงานมีความน่าจะเป็นที่สามีสอบผ่านการขับรถ $\frac{7}{10}$ และความน่าจะเป็นของภรรยาสอบผ่านการขับรถ $\frac{1}{2}$ ความน่าจะเป็นที่สามีสอบผ่านการขับรถเมื่อภรรยาสอบผ่านการขับรถ $\frac{14}{15}$

1) จงหาความน่าจะเป็นในการสุ่มคู่แต่งงานที่สอบผ่านการขับรถทั้งคู่

2) จงหาความน่าจะเป็นในการสุ่มคู่แต่งงานที่สอบผ่านการขับรถคนใดคนหนึ่ง

3) จงหาความน่าจะเป็นในการสุ่มคู่แต่งงานที่สอบผ่านการขับรถไม่ทั้งคู่

4) จงหาความน่าจะเป็นในการสุ่มคู่แต่งงานที่สอบผ่านการขับรถถ้ามีคู่แต่งงาน 2 คู่ จงหาความน่าจะเป็นที่มีเพียงสามี 1 คน และภรรยา 1 คน ที่จะสอบผ่านการขับรถ

20. นักยิงธนูไฟ 2 คน ความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป้าของนักยิงธนูไฟคนแรกเป็น 0.6 และคนที่สองเป็น 0.7

1) จงหาความน่าจะเป็นที่ทั้งคู่ยิงถูกเป้า

2) จงหาความน่าจะเป็นที่ยิงถูกเป้าคนใดคนหนึ่ง

21. มีการปาลูกดอก 2 ครั้ง เพื่อให้ลูกโป่งแตก ถ้าปาครั้งแรกลูกโป่งแตกแล้วไม่ต้องปาครั้งที่สอง ให้ความน่าจะเป็นที่ลูกโป่งแตกโดยการปาครั้งแรกเป็น 0.3 และถ้าครั้งแรกพลาดความน่าจะเป็นที่จะปาถูกในครั้งที่สองเป็น 0.4 จงหาความน่าจะเป็นที่ทำให้ลูกโป่งแตก

22. ความน่าจะเป็นที่ย่าจะซื้อตุ๊กตาให้หลานสาวเป็นของขวัญวันเกิดเป็น 0.8 และความน่าจะเป็นที่ปู่จะซื้อตุ๊กตาให้หลานสาวเป็นของขวัญวันเกิดเป็น 0.7 ถ้าทั้งปู่และย่าไม่ได้ซื้อตุ๊กตาเป็นของขวัญวันเกิดให้หลานสาว จงหาความน่าจะเป็นที่หลานสาวจะได้ตุ๊กตาเป็นของขวัญวันเกิด

23. โยนลูกเต๋าสีแดงและสีเหลือง และกำหนดเหตุการณ์ A , B และ C

A แทน ลูกเต๋าสีเหลืองเป็นแต้ม 5

B แทน ผลรวมของแต้มลูกเต๋าทั้งสองเป็น 5

C แทน ลูกเต๋าสีแดงเป็นแต้ม 5

จงหา $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P(A \cap B)$, $P(B \cap C)$, $P(A \cap C)$

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

24. ชั้นหนังสือมีหนังสือ 15 เล่ม เป็นนวนิยาย 10 เล่ม มีอยู่ 4 เล่มเป็นนวนิยายสืบสวน , 6 เล่มเป็นหนังสือสืบสวน ที่เหลืออีก 9 เล่มเป็นหนังสือปกดำ ให้หยิบหนังสือ 1 เล่ม จากชั้นหนังสือ จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบ
   1) หนังสือสืบสวนแบบนวนิยาย
   2) หนังสือสืบสวน
   3) หนังสือนวนิยาย
   4) หนังสือปกดำ
25. เหตุการณ์ A และ B เป็นอิสระต่อกัน และ $P(A) = 0.3$ และ $P(B) = 0.5$ จงหา
   1) $P(A \cup B)$ 2) $P(A')$ 3) $P(A' \cap B)$
26. เหตุการณ์ A และ B มี $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.5$ และ $P(A \cup B) = 0.6$ จงหา
   1) $P(A \cap B)$ 2) $P(A \mid B)$ 3) $P(B \mid A)$
27. ลูกบาศก์อันหนึ่งมีตัวเลขกำกับแต่ละหน้าดังนี้ มีเลข 1 อยู่ 3 ด้าน มีเลข 2 อยู่ 2 ด้าน และมีเลข 6 อยู่ 1 ด้าน ถ้าโยนลูกบาศก์ กำหนด R เป็นเหตุการณ์ที่เป็นหน้าหมายเลข 2 และ Q เป็นเหตุการณ์ที่เป็นขึ้นหน้าเป็นหมายเลข จงหา $P(Q)$, $P(R)$, $P(Q')$, $P(R')$, $P(R \cap Q)$, $P(R \cap Q')$, $P(R' \cap Q)$
28. A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน $P(A) = \alpha$ และ $P(A \cup B) = \beta$, $\beta > \alpha$ จงแสดงว่า $P(B) = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha}$
29. A และ B เป็นเหตุการณ์ที่เป็นอิสระต่อกัน $P(A) = 0.2$ และ $P(B) = 0.15$ จงหาความน่าจะเป็นของ
   1) $P(A \mid B)$ 2) $P(A \cap B)$ 3) $P(A \cup B)$
30. มีลูกบอล 7 ลูก อยู่ในถุงใบหนึ่ง แต่ละลูกเขียนหมายเลข 1 – 7 กำกับไว้ ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลทีละลูกมา 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมมากกว่าหรือเท่ากับ 11
   1) ถ้าลูกบอลลูกแรกถูกใส่คืน
   2) ถ้าลูกบอลลูกแรกไม่ถูกใส่คืน
31. เหตุการณ์ E และ F เมื่อ $P(E \cap F) = P(E) \cdot P(F')$, $P(E \cap F) = 0$

   $P(E) = \frac{1}{3}$, $P(F) = \frac{1}{2}$, $P(E' \cap F) = \frac{1}{2}$ จงหา
   1) ความสัมพันธ์ระหว่าง E และ F
   2) $P(E \mid F)$
   3) $P(E' \cap F')$
32. มีจานสีแดง 3 ใบ สีขาว 4 ใบ และสีฟ้า 5 จาน สุ่มเลือก 3 จาน จงหาความน่าจะเป็น
   1) สีเหมือนกันทั้ง 3 ใบ โดยเลือกเปลี่ยนใบ
   2) สีต่างกันทั้ง 3 ใบ โดยเลือกไม่เปลี่ยนใบ
33. นักเรียนกลุ่มหนึ่งมี 60 คน ที่เรียน 1 วิชา หรือ มากกว่า 3 วิชา , ภูมิศาสตร์ , ฝรั่งเศส และ อังกฤษ 25 คน เรียนภูมิศาสตร์ , 26 คน เรียนฝรั่งเศส , 44 คน เรียนอังกฤษ , 10 คน เรียนภูมิศาสตร์และฝรั่งเศส 15 คน เรียนฝรั่งเศสและอังกฤษ และ 16 คน เรียนภูมิศาสตร์และอังกฤษ จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนเรียนทั้ง 3 วิชา

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

34. ปิติมีถุง 2 ใบ แต่ละถุงใส่ลูกหินสีดำ 5 ลูก สีแดง 5 ลูก เขาสุ่มหยิบลูกหินหนึ่งลูกจากแต่ละถุง
    1) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
    2) จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะหยิบสีแดง 1 ลูกจากถุงแรก และสีดำ 1 ลูกจากถุงที่ 2
    3) จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะหยิบลูกหิน 2 ลูกมีสีต่างกัน
    4) จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะหยิบสีดำ 1 ลูกจากถุงที่ 2
35. ถุงใบหนึ่งมีลูกบอลสีแดง 6 ลูก สีเหลือง 4 ลูก หยิบลูกบอล 2 ครั้ง โดยหยิบลูกบอลครั้งแรกแล้วใส่คืนในถุงจึงหยิบลูกบอลครั้งที่สอง
    1) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
    2) จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบสีแดง 2 ลูก
    3) จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบสีไม่เหมือนกันทั้ง 2 ลูก
36. มีแผ่นวงกลม 2 ใบ ดังรูป แต่ละใบแบ่งเป็น 4 ส่วน เท่าๆ กัน ถ้าหมุนลูกศรให้หัวลูกศรหยุดในแต่ละส่วนแต่ละใบที่มีคะแนนกำกับอยู่
    1) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
    2) จงหาความน่าจะเป็นที่หัวลูกศรหยุดในใบแรกมีคะแนนน้อยกว่าใบที่สอง
    3) จงหาความน่าจะเป็นที่หัวลูกศรหยุดในใบที่สองที่มีคะแนนเป็น 0
37. กล่องใบแรกมีลูกบอล 12 ลูก เป็นสีฟ้า 6 ลูก เป็นสีแดง 2 ลูก ที่เหลือเป็นสีเหลือง
    กล่องใบที่สองมีลูกบอล 10 ลูก เป็นสีฟ้า 4 ลูก ที่เหลือเป็นสีแดง ให้หยิบลูกบอล 1 ลูก จากแต่ละกล่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบ
    1) ลูกบอลจากกล่องใบแรกเป็นสีแดง กล่องที่สองเป็นสีฟ้า
    2) ลูกบอลสีแดง 1 ลูก และสีฟ้า 1 ลูก
    3) ลูกบอลจากกล่องใบที่สองเป็นสีฟ้า
    4) ลูกบอลที่มีสีเหมือนกัน
    5) ลูกบอลที่มีสีต่างกัน
38. กล่องใบแรกมีลูกบอล 12 ลูก โดยมีลูกบอลหมายเลข 2 อยู่ 3 ลูก หมายเลข 3 อยู่ 4 ลูก และ หมายเลข 5 อยู่ 5 ลูก กล่องใบที่สองมีลูกบอล 10 ลูก โดยมีลูกบอลหมายเลข 1 อยู่ 2 ลูก หมายเลข 4 อยู่ 3 ลูก และหมายเลข 6 อยู่ 5 ลูก ให้หยิบลูกบอล 1 ลูก จากแต่ละกล่อง
    1) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
    2) จงหาความน่าจะเป็นที่รวมคะแนนแล้วเป็นจำนวนเฉพาะ
    3) จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมได้น้อยกว่า 6
    4) จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมหารด้วย 3 ลงตัว และมากกว่า 12
    5) จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมได้ไม่เกิน 5

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

39. ลูกเต๋าสีแดงมีหมายเลข 1 อยู่ 1 หน้า หมายเลข 2 อยู่ 2 หน้า และหมายเลข 3 อยู่ 3 หน้า
ลูกเต๋าสีเขียว 2 ลูก แต่ละลูกมีหมายเลข 6 อยู่ 1 หน้า และหมายเลข 5 อยู่ 5 หน้า โยนลูกเต๋าทั้ง 3 ลูก
1) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
2) จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าสีแดงเป็นหมายเลข 2 และลูกเต๋าสีเขียวเป็นหมายเลข 5 หนึ่งลูก และหมายเลข 6 หนึ่งลูก
3) จงหาความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าสีแดงเป็นหมายเลข 3 และลูกเต๋าสีเขียวเป็นหมายเลข 6 ทั้งสองลูก
4) จงหาความน่าจะเป็นที่เป็นหมายเลข 6 สองลูก
5) จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมได้ 12
6) จงหาความน่าจะเป็นที่ผลรวมหารด้วย 3 ลงตัว

40. นักเรียนชาย 8 คน มี 3 คน ที่ถนัดซ้าย ที่เหลือ 5 คน ถนัดขวา
1) ถ้าสุ่มเลือกนักเรียนชาย 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่เป็นนักเรียนชายที่ถนัดซ้าย
2) ถ้าสุ่มเลือกนักเรียนชายทีละคนมา 2 คน จงหาความน่าจะเป็นที่เลือกนักเรียนชายในครั้งที่หนึ่งและครั้งที่สอง ถนัดซ้ายทั้งคู่
3) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
4) จากข้อ 3) หาความน่าจะเป็น
 4.1) ได้นักเรียนชายคู่หนึ่งถนัดซ้าย
 4.2) ได้นักเรียนชายคู่หนึ่งถนัดขวา
 4.3) ได้เพียงนักเรียนชายคนหนึ่งถนัดซ้าย

41. ถุงใบหนึ่งมีเหรียญสีดำ 6 เหรียญ และสีขาว 3 เหรียญ เก่งเรียนหยิบทีละเหรียญจากถุง 2 เหรียญ
1) จงเขียน tree diagrams ของความน่าจะเป็น
2) จงหาความน่าจะเป็นจะหยิบได้สีขาวในครั้งแรก และสีดำในครั้งที่สอง
3) จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้คนละสี
4) จงหาความน่าจะเป็นที่ยิบได้เหรียญสีดำทั้งคู่
5) จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้สีดำอย่างละ 1 เหรียญ

42. ถุงใบที่หนึ่งมีมันฝรั่ง 20 หัว มี 4 หัวที่เน่า ถุงใบที่สองมีมันฝรั่ง 12 หัว มี 3 หัวที่เน่า
1) ถ้าสุ่มเลือกมันฝรั่ง 1 หัว จากถุงใบที่หนึ่ง ความน่าจะเป็นที่ได้มันฝรั่งที่เน่า
2) ถ้าสุ่มเลือกมันฝรั่ง 1 หัว จากถุงใบที่สอง ความน่าจะเป็นที่ได้มันฝรั่งที่ดี
3) ถ้าสุ่มเลือกมันฝรั่ง 1 หัว จากแต่ละถุง ความน่าจะเป็นที่ได้
 3.1) มันฝรั่งจากถุงใบที่หนึ่งดี และจากถุงใบที่สองเน่า
 3.2) มันฝรั่ง 1 หัวดี และอีกหัวเน่า
 3.3) มันฝรั่งหัวดีทั้งคู่ หรือ มันฝรั่งหัวเน่าทั้งคู่อย่างใดอย่างหนึ่ง
 3.4) มันฝรั่งหัวดีอย่างน้อย 1 หัว

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

43. มีไพ่สีเขียว 6 ใบ และสีฟ้า 4 ใบ สุ่มหยิบไพ่ 2 ใบ โดยหยิบทีละใบแล้วใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้
   1) สีเขียว 2 ใบ
   2) แต่ละใบสีไม่เหมือนกัน
   3) สีฟ้าอย่างน้อย 1 ใบ
44. ห้องหนึ่งมีนักเรียนหญิง 30 คน นักเรียนชาย 15 คน สุ่มเลือกนักเรียนจากห้องนี้มา 2 คน จงหาความน่าจะเป็นที่
   1) เลือกครั้งแรกได้นักเรียนหญิง
   2) เลือกครั้งแรกได้นักเรียนชาย และครั้งที่สองได้นักเรียนหญิง
   3) เลือกได้นักเรียนชายและนักเรียนหญิง
45. มีถุงเท้า 16 คู่ เป็นสีดำ 8 คู่ เป็นสีขาว 6 คู่ และสีเทา 2 คู่ หยิบถุงเท้า 2 คู่ โดยหยิบทีละคู่ จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบได้
   1) สีดำทั้งคู่
   2) สีดำหนึ่งคู่และสีขาวหนึ่งคู่
   3) เป็นสีเดียวกันทั้งสองคู่
46. ไพ่ 10 ใบ มีอักษร P , R , O , P , O , R , T , I , O และ N สุ่มหยิบไพ่ 2 ใบ โดยไม่ใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่
   1) ไพ่ใบแรกเป็น O
   2) ไพ่ 2 ใบ เป็น P และ O ตามลำดับ
   3) ไพ่ 2 ใบ เป็น P และ O อย่างใดอย่างหนึ่ง
   4) ไพ่ 2 ใบ มีอักษรเหมือนกัน
47. ลูกบอล 5 ลูก ในถุง มีหมายเลข 1 , 2 , 5 , 8 และ 9 กำกับไว้
   1) สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก ในถุง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลหมายเลข 8
   2) สุ่มหยิบลูกบอล 2 ลูก ในถุง จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้
      2.1) ลูกบอลเป็นหมายเลขอะไรก็ได้
      2.2) ผลรวมของหมายเลขมากกว่า 10
      2.3) หมายเลขของแต่ละลูกไม่เป็นจำนวนเฉพาะ
      2.4) ลูกบอลเพียงลูกเดียวที่หมายเลขเป็นจำนวนคู่
48. ไพ่ 6 ใบ มีอักษร F , O , L , L , O และ W
   1) หยิบไพ่ 1 ใบ จงหาความน่าจะเป็นที่หยิบไพ่เป็นอักษร L หรือ O
   2) หยิบไพ่ทีละใบ โดยหยิบแล้วใส่คืน จงหาความน่าจะเป็นที่
      2.1) หยิบไพ่ 2 ใบ แต่ละครั้งเป็นอักษร O
      2.2) หยิบไพ่ 2 ใบ ครั้งที่สองเป็นอักษร F
      2.3) หยิบไพ่ 3 ใบ เป็นอักษร L , O และ W ตามลำดับ
49. นกน้อยเลือกหยิบกระดาษสี ซึ่งมีกระดาษสีทั้งหมด 11 แผ่น เป็นสีดำ 7 แผ่น สีแดง 3 แผ่น และสีเหลือง 1 แผ่น
   1) จงหาความน่าจะเป็นที่นกน้อยหยิบกระดาษสี 1 แผ่น เป็นสีแดง
   2) จงหาความน่าจะเป็นที่นกน้อยหยิบกระดาษสี 2 แผ่น โดยแผ่นแรกเป็นสีแดงและแผ่นที่สองเป็นสีดำ

Kids-D @ Swu
Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th

3) จงหาความน่าจะเป็นที่นกน้อยหยิบกระดาษสี 2 แผ่น โดยหยิบทีละแผ่น เป็นสีเหลือง 1 แผ่น และสีดำ 1 แผ่น

บรรณานุกรม

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , สถาบัน. (2544). หนังสือเรียนคณิตศาสตร์ ค 016 ชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2545 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2533). พิมพ์ครั้งที่ 11 กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

ส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี , สถาบัน. (2547). หนังสือเรียนสาระการเรียนรู้พื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 ตามหลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2544. พิมพ์ครั้งที่ 1 : โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

Greg Attwood, Gordon Skipworth, Gillian Dyer. (1994). **Heinemann Modular Mathematics for London as and A-Level Statistisc 1.** London. Heinemann Educational Publishers.

The Keng Seng BSc, Dip Ed. , Looi Chin Keong BSc, Dip Ed. (2004). **New Syllabus Mathematics 4.** Singapore. Shinglee Publishers pte ltd.

Retrieved from Digital Repository at Srinakharinwirot University
http://kids-d.swu.ac.th