

สาขาวิชาสถิติ  
และวิจัยการศึกษา

## ระดับชั้นความเสรี

### ความหมาย

ระดับชั้นความเสรี (Degree of Freedom) หมายถึง จำนวนการสังเกตที่เป็นอิสระต่อการเปลี่ยนค่าเมื่อการคำนวณมีข้อบังคับ

### ความคิดเกี่ยวกับระดับชั้นความเสรี

ในการสังเกตหรือวัดตัวแปรใดๆ จากประชากรหรือกลุ่มตัวอย่างมีสิ่งที่จะต้องพิจารณาอยู่สองประการดังนี้

1. จำนวนตัวแปรที่จะทำการสังเกตหรือทำการวัดเพื่อกำหนดค่าของตัวแปรนั้น
2. จำนวนสมาชิกของประชากรหรือของกลุ่มตัวอย่างที่จะสังเกตหรือจะวัดตัวแปรของสมาชิกเหล่านั้น

เช่น การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรความถนัดทางการเรียนและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่างขนาด 20 คน

ตัวแปรที่ศึกษามีสองตัวแปร คือ (1) ความถนัดทางการเรียน ( $X_1$ ) และ (2) ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ( $X_2$ )

ในการศึกษาครั้งนี้ถ้าเราต้องการศึกษาว่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนขึ้นอยู่กับความถนัดทางการเรียนมากน้อยปานใด จะเห็นว่าตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมิได้เป็นอิสระแต่จะขึ้นอยู่กับความถนัดทางการเรียน ค่าผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนมิได้เป็นอิสระที่จะได้รับการสังเกตเพราะจะขึ้นอยู่กับค่าความถนัดที่มีอิสระที่จะได้รับการสังเกตหรือกำหนดค่า ดังนั้นตามนิยามที่เขียนไว้จึงทำให้จำนวนตัวแปรที่อิสระที่ได้รับการสังเกตหรือกำหนดค่าอย่างอิสระมีเพียง 1 ตัวแปร กล่าวได้ว่าในการศึกษาตัวแปรครั้งนี้มีระดับชั้นความเสรีเท่ากับ 1 หรือ เท่ากับ  $2 - 1$

การศึกษาครั้งนี้เราเลือกศึกษากับกลุ่มตัวอย่าง 20 คน เราวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของกลุ่มตัวอย่าง 20 คน ทุกคนมีอิสระที่จะได้รับการสังเกตผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน จึงกล่าวได้ว่ามีระดับชั้นความเสรีเท่ากับ 20 หรือ  $20 - 0$

ในการคำนวณค่าเฉลี่ยจากสูตร  $\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$

เมื่อ  $X_i$  คือค่าคะแนนของผลสัมฤทธิ์ที่สังเกตมา จากแต่ละกลุ่มตัวอย่างอย่างอิสระ ในตัวอย่างนี้ก็จะมิตค่า  $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20}$  ค่า  $X$  แต่ละค่านี้สังเกตมาอย่างอิสระ จึงไม่มีค่าใดที่ไม่มีอิสระเลย ดังนั้นจำนวนค่าของตัวแปรผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนจากกลุ่มตัวอย่างที่มีค่าอิสระที่จะได้รับการสังเกตหรือกำหนดค่า จึงมีค่าเท่ากับ 20 หรือ  $20 - 0$  หรือ  $N - 0$

แต่ถ้าเรากำหนดเงื่อนไขว่า นำค่า  $X$  แต่ละค่าดังกล่าวด้วยค่า  $\bar{X}$  ที่เกิดจาก  $\frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N}$  ก็จะเป็นค่า  $X_1 - \bar{X}, X_2 - \bar{X}, X_3 - \bar{X}, \dots, X_{20} - \bar{X}$  ค่าเหล่านี้ก็จะมิตค่าอิสระจำนวน 20 ค่าเพราะค่า  $X_1, X_2, \dots, X_{20}$  ล้วนเป็นค่าอิสระ เพียงแต่นำค่า  $\bar{X}$  ซึ่งเป็นค่าคงที่มาลบค่า  $X_1, X_2, \dots, X_{20}$  ค่า  $X_1 - \bar{X}, X_2 - \bar{X}, \dots, X_{20} - \bar{X}$  ย่อมมีค่าอิสระ

จากนั้นเรากำหนดเงื่อนไขลงไปอีกว่า ผลรวมของค่า  $X_1 - \bar{X}, X_2 - \bar{X}, \dots, X_{20} - \bar{X}$  มีค่าเท่ากับศูนย์ นั่นคือ

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X}) = 0 \text{ แล้ว}$$

กรณีนี้จะมีค่า  $X_i - \bar{X}$  เพียง 19 ค่าเท่านั้นมีค่าเป็นอิสระ เพราะว่าค่า  $X_i - \bar{X}$  ค่าหนึ่งจะไม่มีอิสระ

เพราะจะเป็นค่าที่จะต้องมามีค่าเท่ากับเงื่อนไขที่ว่าเมื่อนำไปรวมกันแล้วจะทำให้  $\sum(X_i - \bar{X}) = 0$  กล่าวได้ว่าระดับชั้นความเสรีกรณีเช่นนี้จะเท่ากับ 19 หรือ 20 - 1 หรือ N - 1 สำหรับกรณีทั่วไป

ในการศึกษาวิจัยนั้นค่าระดับชั้นความเสรีของตัวแปรหรือกลุ่มตัวอย่าง จะมีแตกต่างกันในแต่ละการวิจัย ผู้วิจัยจะต้องเลือกใช้ค่าระดับชั้นความเสรีให้ถูกต้อง

### บทบาทของระดับชั้นความเสรีในการประมาณค่าพารามิเตอร์

ค่าที่คำนวณจากสมาชิกของประชากรเรียกว่าค่าพารามิเตอร์ เช่น ค่าเฉลี่ย ( $\mu$ ) หรือค่าความแปรปรวน ( $\sigma^2$ ) เป็นค่าที่ถูกต้อง ค่าที่คำนวณจากสมาชิกของกลุ่มตัวอย่างเรียกว่าค่าสถิติ เช่น ค่าเฉลี่ย ( $\bar{X}$ ) และค่าความแปรปรวน ( $s^2$ ) แต่จะนำค่าสถิติที่คำนวณจากสมาชิกของกลุ่มตัวอย่างที่เลือกมาจากสมาชิกของประชากรไปประมาณการค่าพารามิเตอร์ของประชากร ค่าสถิติที่คำนวณจากกลุ่มตัวอย่างต้องใช้ค่าระดับชั้นความเสรีไปคำนวณจึงจะได้ค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้อง นักสถิติพิชูนได้ว่าค่าสถิติที่ใช้ค่าระดับชั้นความเสรีคำนวณเพื่อประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นจะทำให้ได้ค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้อง เช่น

$$1. \bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^N X_i}{N-0} = \mu$$

$$2. s^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}{N-1} = \sigma^2$$

### ประโยชน์ของระดับชั้นความเสรี

ในการทำวิจัยศึกษาคุณลักษณะของกลุ่มตัวอย่างเพื่ออ้างอิงไปสู่การสรุปคุณลักษณะของประชากรนั้น ต้องใช้ค่าระดับชั้นความเสรีในการคำนวณค่าสถิติเหล่านั้น เพื่อจะได้เป็นค่าพารามิเตอร์ที่ถูกต้อง เช่น ศึกษาค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง นักเรียนระดับประถมศึกษา 2000 คน เพื่อประมาณการระดับค่าเฉลี่ยผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับประถมศึกษา

ทั่วประเทศ ต้องใช้ N-0 ไปหาร  $\sum_{i=1}^N X_i$  ศึกษาความแปรปรวนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่างนักเรียนระดับประถมศึกษา 2000 คน ต้องใช้ N-1 ไปหาร  $\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$  เพื่อจะได้ค่า  $\sigma^2$  ที่ถูกต้อง ในประเทศไทยการคำนวณค่าดังกล่าวเหล่านั้นก็ใช้ค่าระดับชั้นความเสรีเป็นตัวหารเสมอ

สำเริง บุญเรืองรัตน์

### บรรณานุกรม

- Myers, Jerome L. *Fundamentals of Experimental Design*. Boston : Allyn and Bacon, Inc., 1972.  
 Kirk, Roger E. *Experimental Design : Procedures for the Behavior Sciences*. California : Brooks/Cole Publishing Company, 1968.